

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 1)$, $\vec{b} = (3, -2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(x^2 + 2)}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(3, 5, 0)$, $B(4, 3, -2)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점의 좌표가 $(a, -1, -6)$ 일 때, a 의 값은? [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 두 사건 A, B 에 대하여
- $$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$
- 일 때, $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

2

수학 영역(가형)

5. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\overline{PF} = 4$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $b > 0$) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 함수 $f(x) = -2^{4-3x} + k$ 의 그래프가 제 2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

6. $x \geq \frac{1}{e}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 3x \ln x$ 의 그래프가

점 $(e, 3e)$ 를 지난다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,

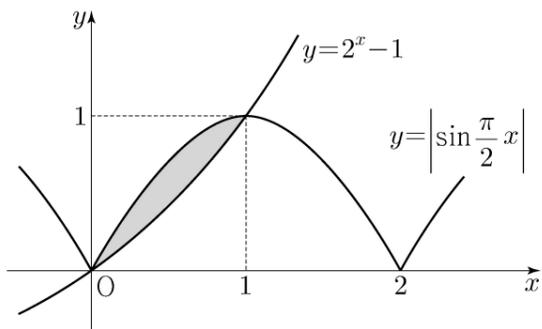
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3e+h) - g(3e-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

8. 다항식 $(x+2)^{19}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수가 x^{k+1} 의 계수보다 크게 되는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 그림과 같이 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 가 원점 O와 점 (1, 1)에서 만난다. 두 곡선 $y=2^x-1$, $y=\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $-\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$ ② $\frac{2}{\pi} - \frac{1}{\ln 2} + 1$ ③ $\frac{2}{\pi} + \frac{1}{2\ln 2} - 1$
 ④ $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{2\ln 2} + 1$ ⑤ $\frac{1}{\pi} + \frac{1}{\ln 2} - 1$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 3t - \sin t, \quad y = 4 - \cos t$$

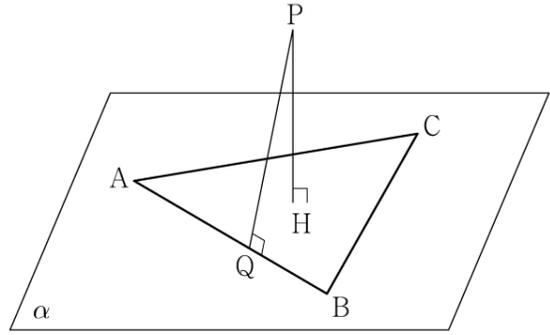
이다. 점 P의 속력의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 곡선 $e^y \ln x = 2y + 1$ 위의 점 $(e, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $-2e$ ② $-e$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{e}$ ⑤ $-\frac{1}{e}$

12. 그림과 같이 평면 α 위에 넓이가 24인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H, 직선 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 점 H가 삼각형 ABC의 무게중심이고, $\overline{PH} = 4$, $\overline{AB} = 8$ 일 때, 선분 PQ의 길이는? [3점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$

13. 어느 모집단의 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	0	2	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	b	1

$E(X^2) = \frac{16}{3}$ 일 때, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 20인 표본의 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $V(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{60}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

14. 실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m 이다. $k+m$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

6

수학 영역(가형)

15. 동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개의 수의 합이 19 또는 20일 확률은? [4점]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{17}{32}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(6, 0)$, $B(8, 6)$ 에 대하여 점 P가

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| = \sqrt{10}$$

을 만족시킨다.

$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고, 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{12\sqrt{10}}{5}$
 ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{10}}{5}$

17. 어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_1 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $80-a \leq m \leq 80+a$ 이었다. 또 이 고등학교 학생 n 명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_2 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 121 ② 124 ③ 127 ④ 130 ⑤ 133

18. 다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 치역 A 가 $n(A) = 4$ 이고, 집합 A 의 모든 원소의 합이 홀수인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

(i) 공역 X 의 원소 중 짝수인 원소가 2개이므로 집합 A 의 네 원소 중 세 원소는 홀수이고 한 원소는 짝수이다. 따라서 집합 X 의 원소 중에서 집합 A 의 네 원소를 택하는 경우의 수는 2이다.

(ii) 정의역 X 를 4개의 부분집합으로 분할할 때, 4개의 부분집합의 원소의 개수는 각각 2, 1, 1, 1이 되어야 한다. 따라서 집합 X 를 4개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는 이다.

(iii) (i)과 (ii)의 각 경우에 대하여 집합 X 를 분할한 4개의 부분집합을 집합 A 의 네 원소에 하나씩 대응시키는 경우의 수는 이다.

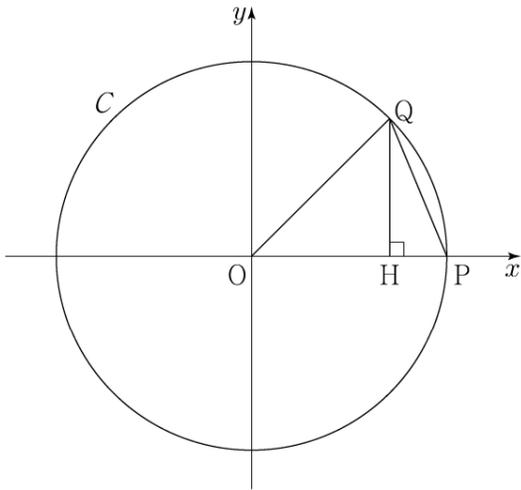
(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 498 ② 502 ③ 506 ④ 510 ⑤ 514

19. 자연수 n 에 대하여 중심이 원점 O 이고 점 $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 위에 점 Q 를 호 PQ 의 길이가 π 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi^2}{2}$ ② $\frac{3}{4}\pi^2$ ③ π^2 ④ $\frac{5}{4}\pi^2$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi^2$



20. 열린 구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos x + 2x \sin x$ 가 $x = \alpha$ 와 $x = \beta$ 에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\alpha < \beta$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\tan(\alpha + \pi) = -2\alpha$
 ㄴ. $g(x) = \tan x$ 라 할 때, $g'(\alpha + \pi) < g'(\beta)$ 이다.
 ㄷ. $\frac{2(\beta - \alpha)}{\alpha + \pi - \beta} < \sec^2 \alpha$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 0이 아닌 세 정수 l, m, n 이

$$|l| + |m| + |n| \leq 10$$

을 만족시킨다. $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, f\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1 \text{ 이고}$$

$$f'(x) = \begin{cases} l \cos x & (0 < x < \frac{\pi}{2}) \\ m \cos x & (\frac{\pi}{2} < x < \pi) \\ n \cos x & (\pi < x < \frac{3}{2}\pi) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x) dx$ 의 값이 최대가 되도록 하는

l, m, n 에 대하여 $l+2m+3n$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

단답형

22. ${}_3P_2 + {}_3C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식

$$2\log_4(5x+1) = 1$$

의 실근을 α 라 할 때, $\log_5 \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$V\left(\frac{1}{2}X+1\right)=5 \text{ 일 때, } n \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

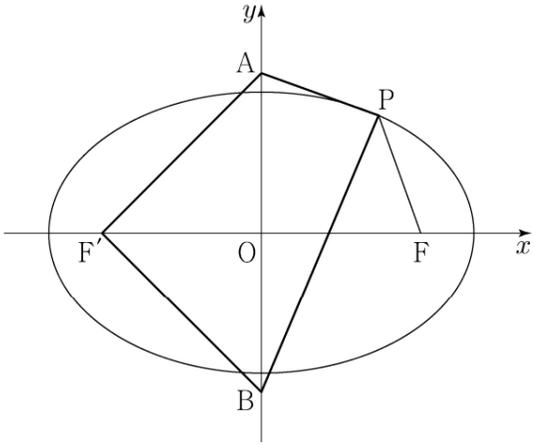
25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3\cos^3 x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=\sin x$ 에 대하여
합성함수 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프 위의 점 $(1, (g \circ f)(1))$
에서의 접선이 원점을 지난다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \frac{\pi}{6}}{x-1} = k$$

일 때, 상수 k 에 대하여 $30k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표평면에서 두 점 $A(0, 3)$, $B(0, -3)$ 에 대하여, 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{AP} = \overline{PF}$ 를 만족시킨다. 사각형 $AF'BP$ 의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{PF} < \overline{PF'}$ 이고 a, b 는 자연수이다.) [4점]



28. 방정식 $a + b + c = 9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍 (a, b, c) 가

$$a < 2 \text{ 또는 } b < 2$$

를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에서 점 $A\left(3, \frac{1}{2}, 2\right)$ 와 평면 $z=1$ 위의 세 점 P_1, P_2, P_3 이

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_1} = \frac{11}{3}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_2} = 1, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP_3} = -\frac{7}{4}$$

을 만족시킨다. 점 $(0, k, 0)$ 을 지나고 방향벡터가 $(1, -6, 0)$ 인 직선을 l 이라 하고, 직선 l 에 의해 나누어지는 xy 평면의 두 영역을 각각 α, β 라 하자.

세 점 P_1, P_2, P_3 에서 xy 평면에 내린 수선의 발이 모두 α 에만 포함되거나 모두 β 에만 포함되도록 하는 양의 정수 k 의 최솟값을 m , 음의 정수 k 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m-M$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0인 사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = 2x^4e^{-x}$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 (나) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $h(x) = 8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.