제 2 교시

수학 영역(가 형)

짝수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1,\ -2)$, $\vec{b} = (-1,\ 4)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+2\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2+5x}{\ln(1+3x)}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

3. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(2,\ a,\ -2)$, $\mathrm{B}(5,\ -2,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B에 대하여 A와 B^C은 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $y=2^x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

6. 초점이 F인 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PF}}=9$일 때, 점 P의 x좌표는? [3점]

① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

7. 곡선 $e^x-xe^y=y$ 위의 점 $(0,\ 1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $3-e$ ② $2-e$ ③ $1-e$ ④ $-e$ ⑤ $-1-e$

8. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따르고 $\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+25$를 만족시킬 때, n의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

9. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(f(-1))$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{(1+e)^2}$ ② $\dfrac{e}{1+e}$ ③ $\left(\dfrac{1+e}{e}\right)^2$
④ $\dfrac{e^2}{1+e}$ ⑤ $\dfrac{(1+e)^2}{e}$

10. 주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

① $\dfrac{16}{21}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{4}{7}$ ④ $\dfrac{10}{21}$ ⑤ $\dfrac{8}{21}$

11. $0 \le \theta < 2\pi$ 일 때, x에 대한 이차방정식

$$6x^2+(4\cos\theta)x+\sin\theta=0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha<\theta<\beta$이다. $3\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$ ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

12. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

(가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다. (나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

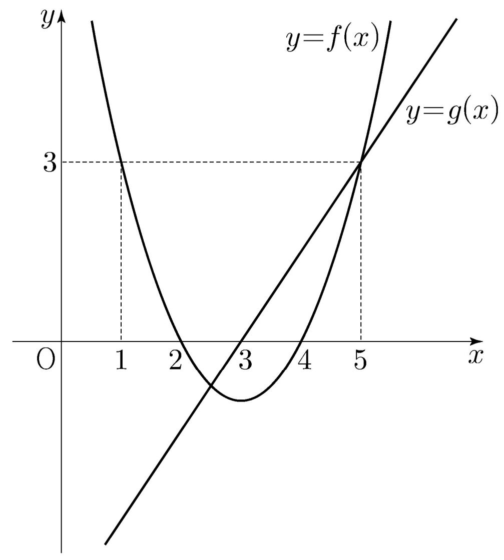
13. 좌표공간에서 점 $(2, 0, 5)$를 지나고 직선 $x-1=2-y=\frac{z+1}{2}$ 을 포함하는 평면이 x축과 만나는 점의 x좌표는? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

14. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]



① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

15. 어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4분, 표준편차가 15분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73분 이상인 직원들 중에서 40%, 73분 미만인 직원들 중에서 20%가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1명이 지하철을 이용하였을 확률은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.44) = 0.17$로 계산한다.) [4점]

① 0.266 ② 0.276 ③ 0.286 ④ 0.296 ⑤ 0.306

16. $x > 0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$ ② $\frac{2\ln 2}{3} + 1$ ③ $\frac{\ln 2}{3} + 1$

④ $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$

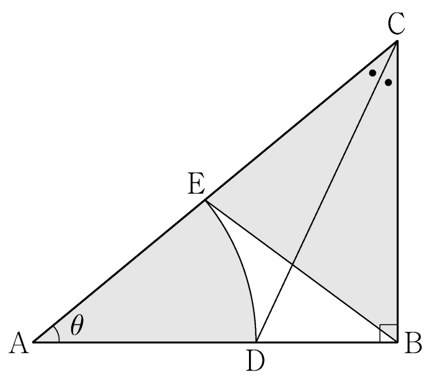
17. 다음은 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$과 함수 $f: X \to X$에 대하여 합성함수 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f의 개수를 구하는 과정이다.

> 함수 f와 함수 $f \circ f$의 치역을 각각 A와 B라 하자.
> $n(A)=6$이면 함수 f는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$도 일대일 대응이므로 $n(B)=6$이다.
> 또한 $n(A) \leq 4$이면 $B \subset A$이므로 $n(B) \leq 4$이다.
> 그러므로 $n(A)=5$, 즉 $B=A$인 경우만 생각하면 된다.
>
> (i) $n(A)=5$인 X의 부분집합 A를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(가)}}$이다.
>
> (ii) (i)에서 선택한 집합 A에 대하여, X의 원소 중 A에 속하지 않는 원소를 k라 하자.
> $n(A)=5$이므로 집합 A에서 $f(k)$를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$이다.
>
> (iii) (i)에서 선택한 $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$와 (ii)에서 선택한 $f(k)$에 대하여, $f(k) \in A$이며 $A=B$이므로
> $A=\{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\}$ $\cdots$ $(*)$
> 이다. $(*)$을 만족시키는 경우의 수는 집합 A에서 집합 A로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{\text{(다)}}$이다.
>
> 따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f의 개수는
> $\boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} \times \boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

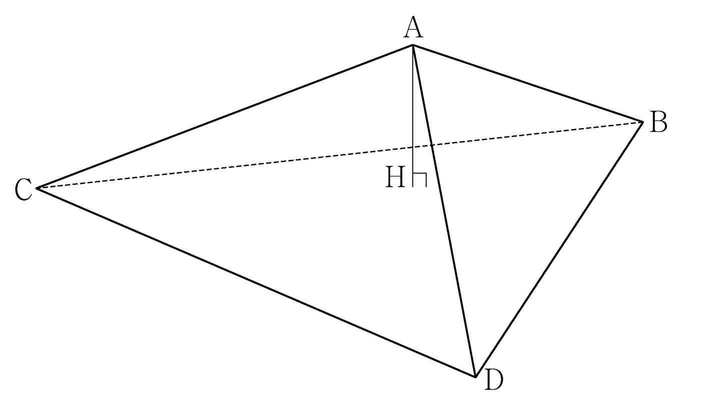
18. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\angle \mathrm{B}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle$C를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AD}}$인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle \mathrm{A}=\theta$일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$의 값은? [4점]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

19. 한 변의 길이가 12인 정삼각형 BCD를 한 면으로 하는 사면체 ABCD의 꼭짓점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 놓여 있다. 삼각형 CDH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 3배, 삼각형 DBH의 넓이는 삼각형 BCH의 넓이의 2배이고 $\overline{\mathrm{AH}}=3$이다. 선분 BD의 중점을 M, 점 A에서 선분 CM에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 선분 AQ의 길이는? [4점]

① $\sqrt{15}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{11}$



20. 점 $\left(-\frac{\pi}{2},\ 0\right)$에서 곡선 $y=\sin x\ (x>0)$에 접선을 그어 접점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$

ㄴ. $\tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$

ㄷ. $a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$이다.
>
> (나) $f\left(-\frac{1}{8}\right)=1$, $f(6)=2$

① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$　② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$　③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$　④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$　⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

단답형

22. ${}_6\mathrm{P}_2 - {}_6\mathrm{C}_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. $\tan\theta = 5$일 때, $\sec^2\theta$의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 $(x,\,y)$가

$$x = 1 - \cos 4t,\ y = \frac{1}{4}\sin 4t$$

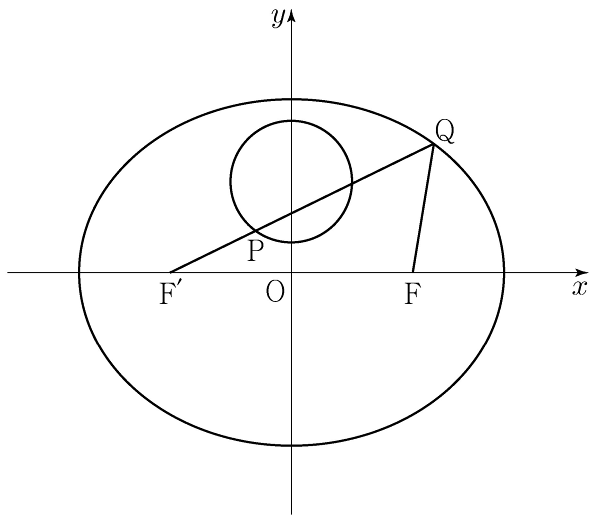
이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

25. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} x\cos(\pi - x)dx$의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$이다. $d - b = 3.86$을 만족시키는 σ의 값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \leq 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [4점]

27. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 6 이하의 자연수 m에 대하여 m의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A와 B가 서로 독립이 되도록 하는 모든 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 두 초점이 F, F′인 타원 $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{33}=1$이 있다. 원 $x^2+(y-3)^2=4$ 위의 점 P에 대하여 직선 F′P가 이 타원과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{FQ}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



29. 좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{AX}}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AR}})+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 6π인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\frac{1}{2+\sin(f(x))}$이 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소이고, $\alpha\ge0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, $\cdots$ 라 할 때, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1=0$이고 $g(\alpha_1)=\frac{2}{5}$이다.

(나) $\frac{1}{g(\alpha_5)}=\frac{1}{g(\alpha_2)}+\frac{1}{2}$

$g'\left(-\frac{1}{2}\right)=a\pi$라 할 때, a^2의 값을 구하시오.

(단, $0<f(0)<\frac{\pi}{2}$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.