

제 2 교시

# 수학 영역(가형)

짜수형

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 4)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{e^{4x} - e^{2x}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(3, 2, 0)$ 에서 같은 거리에 있는  $y$ 축 위의 점의 좌표가  $(0, a, 0)$ 일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4.  $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수는? [3점]

- ① 16      ② 20      ③ 24      ④ 28      ⑤ 32

5. 곡선  $x^2 - 3xy + y^2 = x$  위의 점  $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{5}{12}$

6. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.  
이 주머니에서 임의로 네 개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
흰 공 2개와 검은 공 2개가 나올 확률은? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$     ②  $\frac{16}{35}$     ③  $\frac{18}{35}$     ④  $\frac{4}{7}$     ⑤  $\frac{22}{35}$

7.  $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식  $4\cos^2 x - 1 = 0$ 과

부등식  $\sin x \cos x < 0$ 을 동시에 만족시키는 모든  $x$ 의 값의  
합은? [3점]

- ①  $\frac{10}{3}\pi$     ②  $3\pi$     ③  $\frac{8}{3}\pi$     ④  $\frac{7}{3}\pi$     ⑤  $2\pi$

8.  $\int_e^{e^2} \frac{\ln x - 1}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{e-2}{e^2}$     ②  $\frac{e-1}{e^2}$     ③  $\frac{1}{e}$     ④  $\frac{e+1}{e^2}$     ⑤  $\frac{e+2}{e^2}$

9. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t + \sin t \cos t, \quad y = \tan t$$

이다.  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 에서 점 P의 속력의 최솟값은? [3점]

- ① 1    ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $2\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{3}$

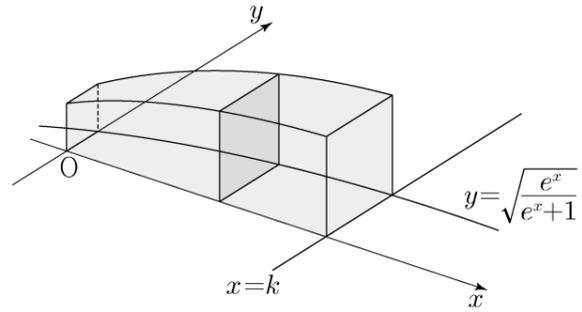
10.  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ 라 하자.  $\tan(\alpha + \beta) = -\frac{3}{2}$ 일 때,  $\tan \alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{2}$     ②  $\frac{12}{5}$     ③  $\frac{23}{10}$     ④  $\frac{11}{5}$     ⑤  $\frac{21}{10}$

11. 곡선  $y = ax^2 - 2\sin 2x$ 가 변곡점을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 개수는? [3점]

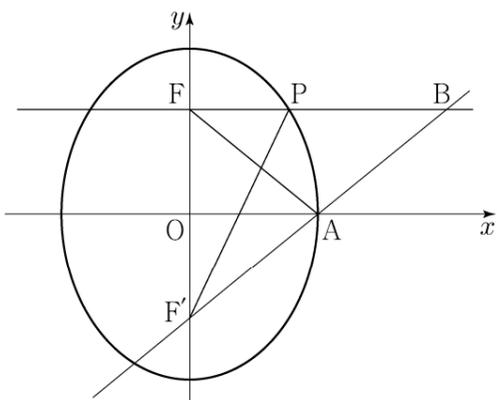
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

12. 그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 곡선  $y = \sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}}$  과  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x=k$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가  $\ln 7$ 일 때,  $k$ 의 값은? [3점]



- ①  $\ln 11$     ②  $\ln 13$     ③  $\ln 15$     ④  $\ln 17$     ⑤  $\ln 19$

13. 그림과 같이 두 점  $F(0, c)$ ,  $F'(0, -c)$ 를 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 이  $x$ 축과 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 양수인 점을  $A$ 라 하자. 직선  $y=c$ 가 직선  $AF'$ 과 만나는 점을  $B$ , 직선  $y=c$ 가 타원과 만나는 점 중  $x$ 좌표가 양수인 점을  $P$ 라 하자. 삼각형  $BPF'$ 의 둘레의 길이와 삼각형  $BFA$ 의 둘레의 길이의 차이가 4일 때, 삼각형  $AFB$ 의 넓이는? (단,  $0 < a < 5, c > 0$ ) [3점]



- ①  $3\sqrt{6}$                       ②  $\frac{7\sqrt{6}}{2}$                       ③  $4\sqrt{6}$
- ④  $\frac{9\sqrt{6}}{2}$                       ⑤  $5\sqrt{6}$

14. 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 10번 반복하여 확인한 10개의 수의 합을 확률변수  $Y$ 라 하자. 다음은 확률변수  $Y$ 의 평균  $E(Y)$ 와 분산  $V(Y)$ 를 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 60개의 공을 모집단으로 하자. 이 모집단에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공에 적혀 있는 수를 확률변수  $X$ 라 하면  $X$ 의 확률분포, 즉 모집단의 확률분포는 다음 표와 같다.

$X$	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

따라서 모평균  $m$ 과 모분산  $\sigma^2$ 은

$$m = E(X) = \frac{7}{3}, \quad \sigma^2 = V(X) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하면

$$E(\bar{X}) = \frac{7}{3}, \quad V(\bar{X}) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

주머니에서  $n$ 번째 꺼낸 공에 적혀 있는 수를  $X_n$ 이라 하면

$$Y = \sum_{n=1}^{10} X_n = 10\bar{X}$$

이므로

$$E(Y) = \frac{70}{3}, \quad V(Y) = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{31}{6}$                       ②  $\frac{11}{2}$                       ③  $\frac{35}{6}$                       ④  $\frac{37}{6}$                       ⑤  $\frac{13}{2}$

15. 지수함수  $y=a^x$  ( $a > 1$ )의 그래프와 직선  $y=\sqrt{3}$ 이  
만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와  
직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은?  
(단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $3^{\frac{1}{3}}$     ②  $3^{\frac{2}{3}}$     ③ 3    ④  $3^{\frac{4}{3}}$     ⑤  $3^{\frac{5}{3}}$

16. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든  
순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는? [4점]

(가)  $a+b+c-d=9$   
(나)  $d \leq 4$ 이고  $c \geq d$ 이다.

- ① 265    ② 270    ③ 275    ④ 280    ⑤ 285

17. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다.  
 $\overline{PB} - \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의  
 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는? [4점]

- ①  $20\sqrt{3}$                       ②  $21\sqrt{3}$                       ③  $22\sqrt{3}$   
 ④  $23\sqrt{3}$                       ⑤  $24\sqrt{3}$

18. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(10, 2^2)$ , 확률변수  $Y$ 는  
 정규분포  $N(m, 2^2)$ 을 따르고, 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의  
 확률밀도함수는 각각  $f(x)$ 와  $g(x)$ 이다.

$$f(12) \leq g(20)$$

을 만족시키는  $m$ 에 대하여  
 $P(21 \leq Y \leq 24)$ 의 최댓값을 오른쪽  
 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

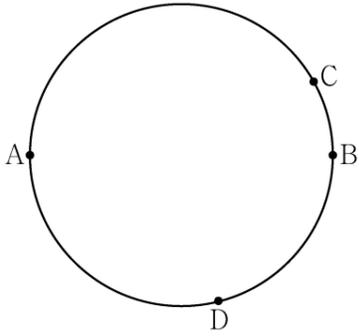
- ① 0.5328                      ② 0.6247                      ③ 0.7745  
 ④ 0.8185                      ⑤ 0.9104

19. 한 원 위에 있는 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때,  $|\overrightarrow{AD}|^2$ 의 값은? [4점]

$$(가) |\overrightarrow{AB}| = 8, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$(나) \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$$

- ① 32    ② 34    ③ 36    ④ 38    ⑤ 40



20. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 앞면이 3번 이상 나온다.

(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

- ①  $\frac{11}{16}$     ②  $\frac{23}{32}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{25}{32}$     ⑤  $\frac{13}{16}$

21. 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=e^x$  위의 점  $(t, e^t)$ 에서의 접선의 방정식을  $y=f(x)$ 라 할 때, 함수  $y=|f(x)+k-\ln x|$ 가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자. 두 실수  $a, b(a < b)$ 에 대하여  $\int_a^b g(t)dt = m$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $m < 0$ 이 되도록 하는 두 실수  $a, b(a < b)$ 가 존재한다.  
 ㄴ. 실수  $c$ 에 대하여  $g(c) = 0$ 이면  $g(-c) = 0$ 이다.  
 ㄷ.  $a = \alpha, b = \beta(\alpha < \beta)$ 일 때  $m$ 의 값이 최소이면  $\frac{1+g'(\beta)}{1+g'(\alpha)} < -e^2$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

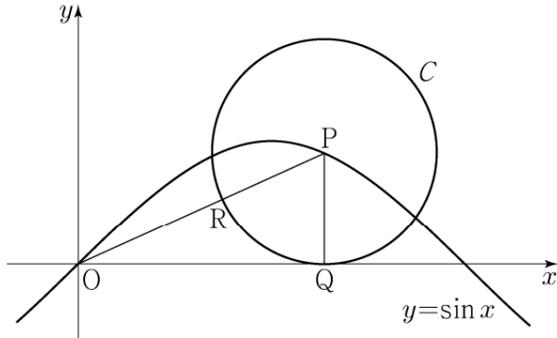
22. 함수  $f(x) = x^3 \ln x$ 에 대하여  $\frac{f'(e)}{e^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(80, p)$ 를 따르고  $E(X) = 20$ 일 때,  $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면에서 곡선  $y = \sin x$  위의 점  $P(t, \sin t)$  ( $0 < t < \pi$ )를 중심으로 하고  $x$ 축에 접하는 원을  $C$ 라 하자. 원  $C$ 가  $x$ 축에 접하는 점을  $Q$ , 선분  $OP$ 와 만나는 점을  $R$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = a + b\sqrt{2}$  일 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단,  $O$ 는 원점이고,  $a, b$ 는 정수이다.) [3점]



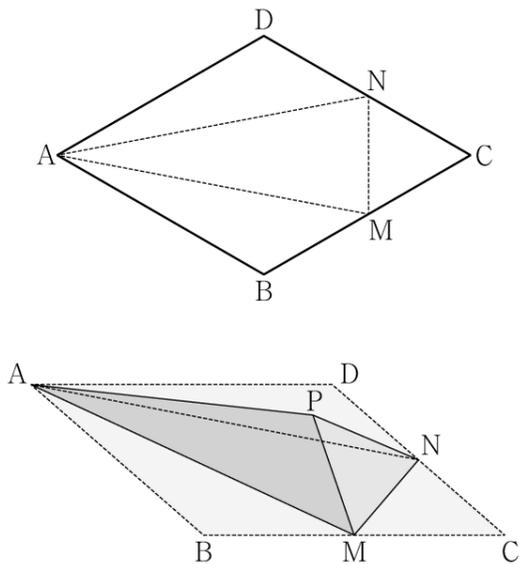
25. 한 개의 주사위를 5번 던질 때 홀수의 눈이 나오는 횟수를  $a$ 라 하고, 한 개의 동전을 4번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를  $b$ 라 하자.  $a - b$ 의 값이 3일 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p + q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 함수  $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 미분가능하고

$$g\left(\frac{x+8}{10}\right) = f^{-1}(x), \quad g(1) = 0$$

을 만족시킬 때,  $|g'(1)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 한 변의 길이가 4이고  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$  인 마름모 ABCD 모양의 종이가 있다. 변 BC와 변 CD의 중점을 각각 M과 N이라 할 때, 세 선분 AM, AN, MN을 접는 선으로 하여 사면체 PAMN이 되도록 종이를 접었다. 삼각형 AMN의 평면 PAM 위로의 정사영의 넓이는  $\frac{q}{p}\sqrt{3}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않으며 P는 종이를 접었을 때 세 점 B, C, D가 합쳐지는 점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
- (나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

29. 좌표공간에서 두 점  $A(3, -3, 3)$ ,  $B(-2, 7, -2)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 포함하고 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 에 접하는 두 평면을  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 하자. 두 평면  $\alpha$ ,  $\beta$ 와 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 의 접점을 각각  $C$ ,  $D$ 라 할 때, 사면체  $ABCD$ 의 부피는  $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)  
[4점]

30. 양의 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = t^3 \ln(x-t)$ 가 곡선  $y = 2e^{x-a}$ 과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수  $a$ 의 값을  $f(t)$ 라 하자.  $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.