

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\log_3 x = 3$ 일 때, x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. $\int_0^3 (x+1)^2 dx$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

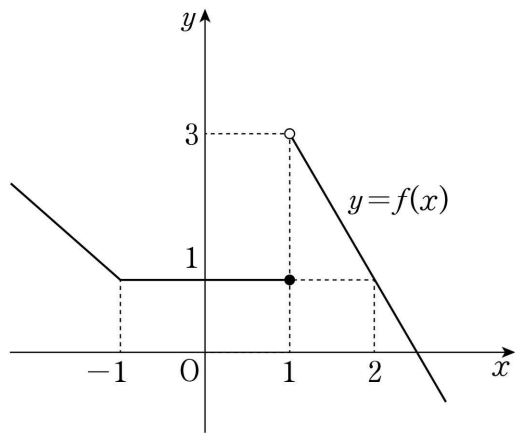
3. 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 주기는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

4. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $n^2 - 5n$ 일 때, $a_1 + d$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $(x^2+ax+b)f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 곡선 $y=6^{-x}$ 위의 두 점 $A(a, 6^{-a})$, $B(a+1, 6^{-(a+1)})$ 에 대하여 선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. 6^{-a} 의 값은? [3점]

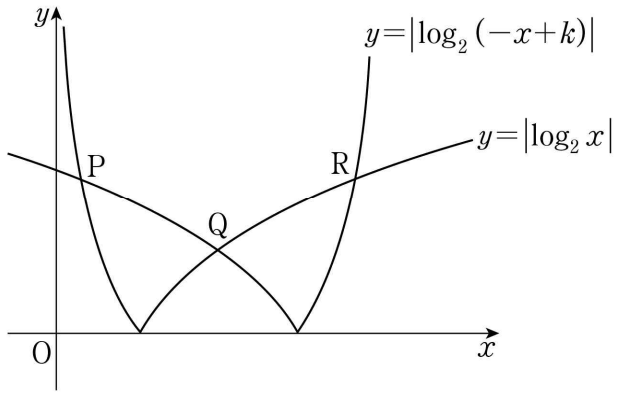
- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

7. 두 함수 $f(x)=|x+3|$, $g(x)=2x+a$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 2보다 큰 상수 k 에 대하여 두 곡선 $y = |\log_2(-x+k)|$, $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 세 점 P, Q, R의 x 좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 하자. $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$ 일 때, $x_1 + x_3$ 의 값은?
(단, $x_1 < x_2 < x_3$) [3점]

- ① $\frac{7}{2}$
- ② $\frac{15}{4}$
- ③ 4
- ④ $\frac{17}{4}$
- ⑤ $\frac{9}{2}$



9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{22}$ 의 값은? [4점]

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 3보다 작은 실수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |(x-a)f(x)|$ 가 $x=3$ 에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 32일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

11. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \left(0 \leq x \leq \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right) - \sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \leq 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$ 의 교점의 개수를 a_k 라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$ 의 값은? [4점]

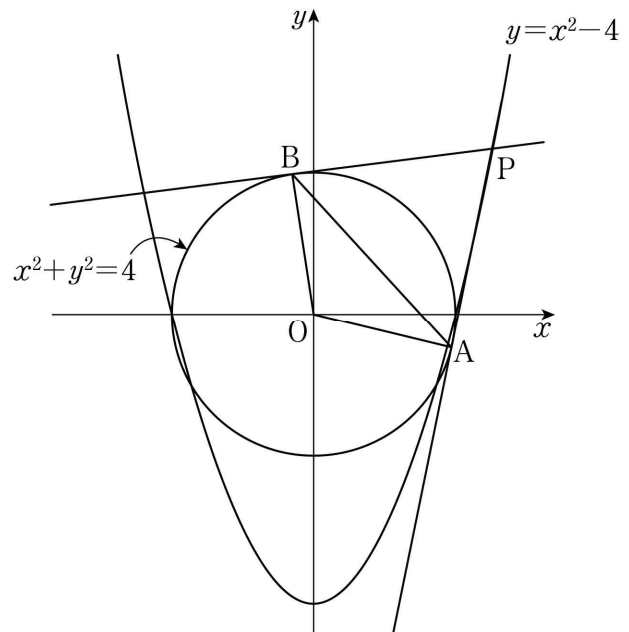
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 곡선 $y=x^2-4$ 위의 점 $P(t, t^2-4)$ 에서 원 $x^2+y^2=4$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{T(t)}{(t-2)S(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t > 2$ 이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2



13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $2f(x)=g(x)-g(-x)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

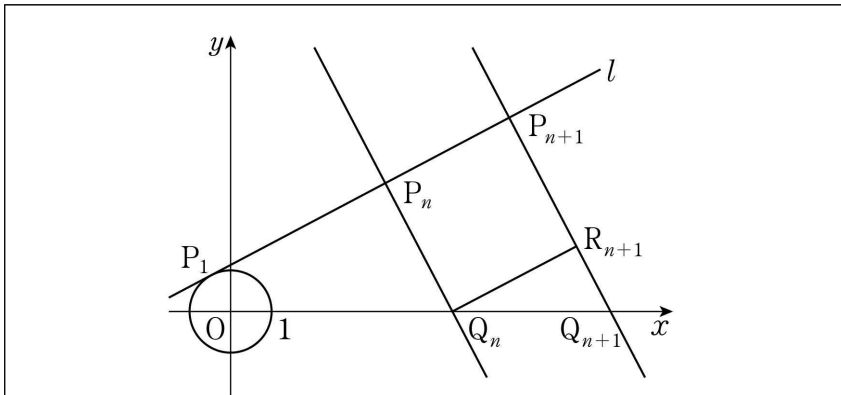
ㄱ. $a^2 \leq 3b$
 ㄴ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $f'(x)=0$ 이 실근을 가지면 $g'(1)=1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 모든 자연수 n 에 대하여 직선 $l: x-2y+\sqrt{5}=0$ 위의 점 P_n 과 x 축 위의 점 Q_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선 P_nQ_n 과 직선 l 이 서로 수직이다.
- $\overline{P_nQ_n}=\overline{P_nP_{n+1}}$ 이고 점 P_{n+1} 의 x 좌표는 점 P_n 의 x 좌표보다 크다.

다음은 점 P_1 이 원 $x^2+y^2=1$ 과 직선 l 의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이를 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



자연수 n 에 대하여 점 Q_n 을 지나고 직선 l 과 평행한 직선이 선분 $P_{n+1}Q_{n+1}$ 과 만나는 점을 R_{n+1} 이라 하면 사각형 $P_nQ_nR_{n+1}P_{n+1}$ 은 정사각형이다.

직선 l 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\overline{R_{n+1}Q_{n+1}} = \boxed{\text{가}} \times \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고

$$\overline{P_{n+1}Q_{n+1}} = (1 + \boxed{\text{가}}) \times \overline{P_nQ_n}$$

이다. 이때, $\overline{P_1Q_1}=1$ 이므로 $\overline{P_nQ_n} = \boxed{\text{나}}$ 이다.

그러므로 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$\overline{P_1P_n} = \sum_{k=1}^{n-1} \overline{P_kP_{k+1}} = \boxed{\text{다}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{P_nQ_n} \times \overline{P_1P_n} = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{나}} \times \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(6p)+g(8p)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=f'(0)=0$ 을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt + 5 & (x < c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt - \frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c 의 개수가 1일 때, $g(1)$ 의 최댓값은? [4점]

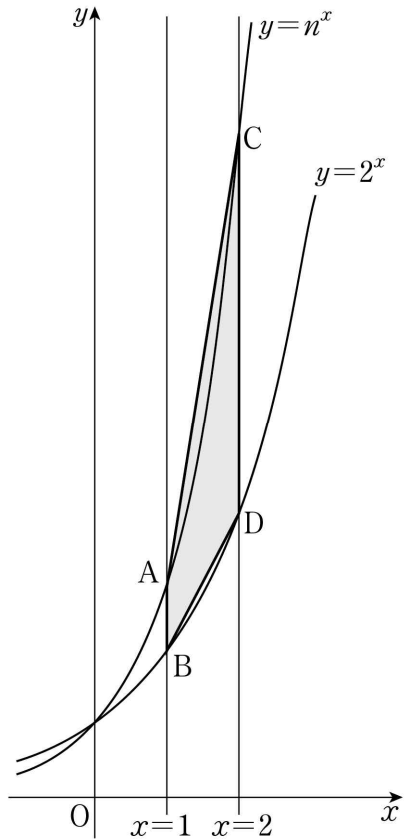
- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

단답형

16. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 에 대하여 $x=2$ 에서의 미분계수가 18일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 12 - 4t$ 일 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

18. 그림과 같이 3 이상의 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=2$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]



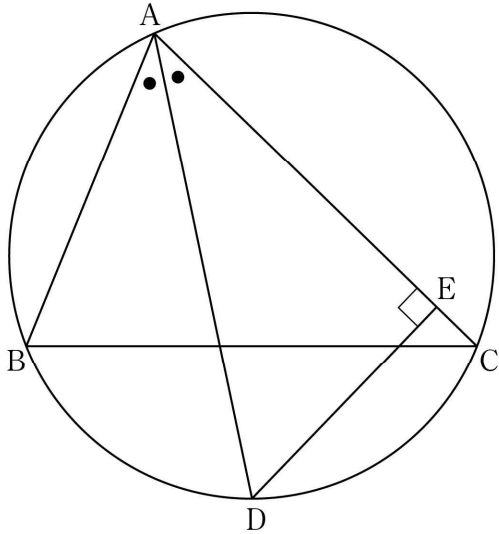
19. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{n+2} = \begin{cases} a_n - 3 & (n = 1, 3) \\ a_n + 3 & (n = 2, 4) \end{cases}$
- (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+6}$ 이 성립한다.

$\sum_{k=1}^{32} a_k = 112$ 일 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x)=-f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=-6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$ 인 예각삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 D, 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. 선분 AE의 길이를 k 라 할 때, $12k$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x(x-2)g(x) = x(x-2)(|f(x)| - a)$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지선 다형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(60, \frac{5}{12}\right)$ 를 따를 때, $E(X)$ 의 값은?

[2점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^c)P(B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 같은 종류의 공책 10권을 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 줄 때, A와 B가 각각 2권 이상의 공책을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 공책을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, 두 수 a, b 의 최대공약수가 홀수일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

27. 확률변수 X 는 정규분포 $N(8, 2^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(12, 2^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 x 좌표를 a 라 할 때, $P(8 \leq Y \leq a)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.1359 ② 0.1587 ③ 0.2417
- ④ 0.2857 ⑤ 0.3085

28. 집합 $X = \{x | x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f 가 4 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 $f(2n-1) < f(2n)$ 일 때, $f(1) = f(5)$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

단답형

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 모든 숫자가 한 개 이상씩 포함되도록 중복을 허락하여 6개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 여섯 자리의 자연수 중 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 같은 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

30. 주머니에 12개의 공이 들어 있다. 이 공들 각각에는 숫자 1, 2, 3, 4 중 하나씩이 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 4번 반복하여 확인한 4개의 수의 합을 확률변수 X 라 할 때, 확률변수 X 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X=4) = 16 \times P(X=16) = \frac{1}{81}$$

$$(나) E(X) = 9$$

$V(X) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.