

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1.  $\log_3 x = 3$  일 때,  $x$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 27      ⑤ 81

2.  $\int_0^3 (x+1)^2 dx$ 의 값은? [2점]

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

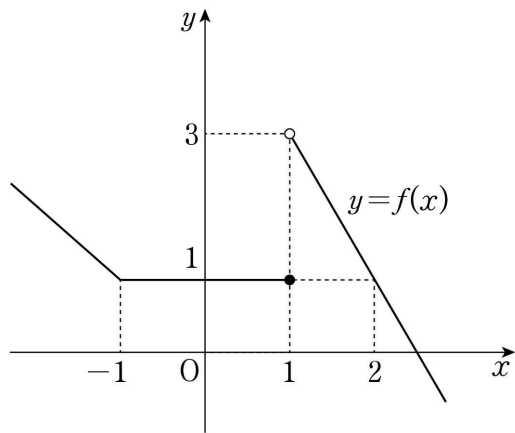
3. 함수  $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 주기는? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{\pi}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{\pi}{2}$

4. 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이  $n^2 - 5n$ 일 때,  $a_1 + d$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수  $(x^2+ax+b)f(x)$ 가  $x=1$ 에서 연속일 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 실수이다.) [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

6. 곡선  $y=6^{-x}$  위의 두 점  $A(a, 6^{-a})$ ,  $B(a+1, 6^{-a-1})$ 에 대하여  
선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다.  $6^{-a}$ 의  
값은? [3점]

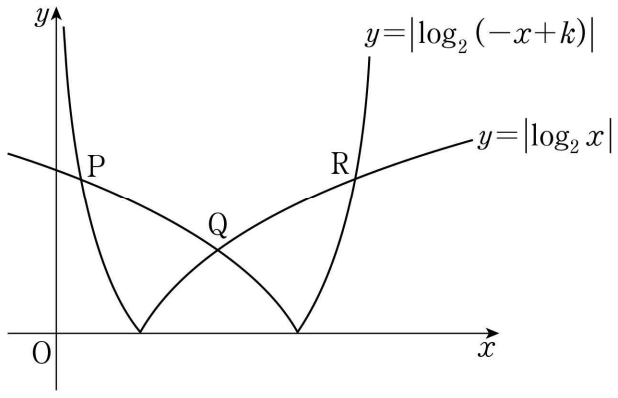
- ①  $\frac{6}{5}$     ②  $\frac{7}{5}$     ③  $\frac{8}{5}$     ④  $\frac{9}{5}$     ⑤ 2

7. 두 함수  $f(x)=|x+3|$ ,  $g(x)=2x+a$ 에 대하여 함수  
 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수  $a$ 의  
값은? [3점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

8. 2보다 큰 상수  $k$ 에 대하여 두 곡선  $y = |\log_2(-x+k)|$ ,  $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 세 점 P, Q, R의  $x$ 좌표를 각각  $x_1, x_2, x_3$ 이라 하자.  $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$ 일 때,  $x_1 + x_3$ 의 값은?  
(단,  $x_1 < x_2 < x_3$ ) [3점]

- ①  $\frac{7}{2}$
- ②  $\frac{15}{4}$
- ③ 4
- ④  $\frac{17}{4}$
- ⑤  $\frac{9}{2}$



9. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때,  $a_1 + a_{22}$ 의 값은? [4점]

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 와 3보다 작은 실수  $a$ 에 대하여 함수  $g(x) = |(x-a)f(x)|$ 가  $x=3$ 에서만 미분가능하지 않다. 함수  $g(x)$ 의 극댓값이 32일 때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

11. 닫힌구간  $[0, 2\pi]$  에서 정의된 함수  $f(x)$  는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \left(0 \leq x \leq \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right) - \sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \leq 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선  $y=f(x)$  와 직선  $y=\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$  의 교점의 개수를  $a_k$  라 할 때,  $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$  의 값은? [4점]

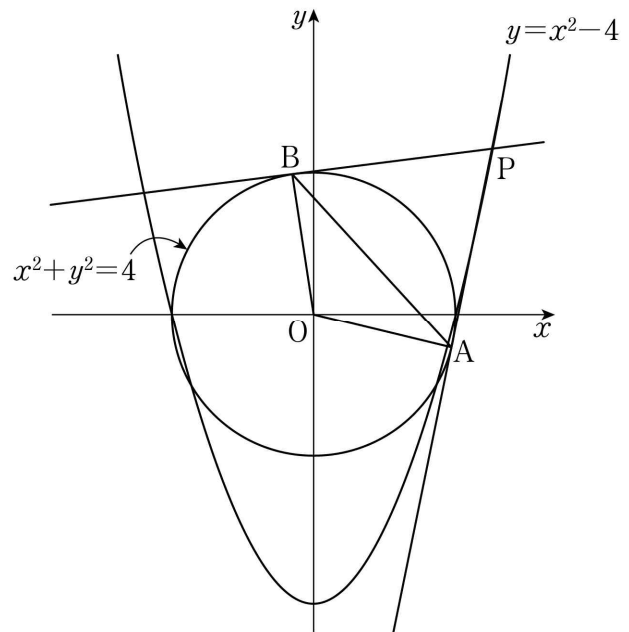
- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

12. 곡선  $y=x^2-4$  위의 점  $P(t, t^2-4)$  에서 원  $x^2+y^2=4$  에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를  $S(t)$ , 삼각형 PBA의 넓이를  $T(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{T(t)}{(t-2)S(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고,  $t > 2$ 이다.) [4점]

- ① 1      ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{7}{4}$       ⑤ 2



13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 와 역함수가 존재하는 삼차함수  $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수  $x$ 에 대하여  $2f(x)=g(x)-g(-x)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

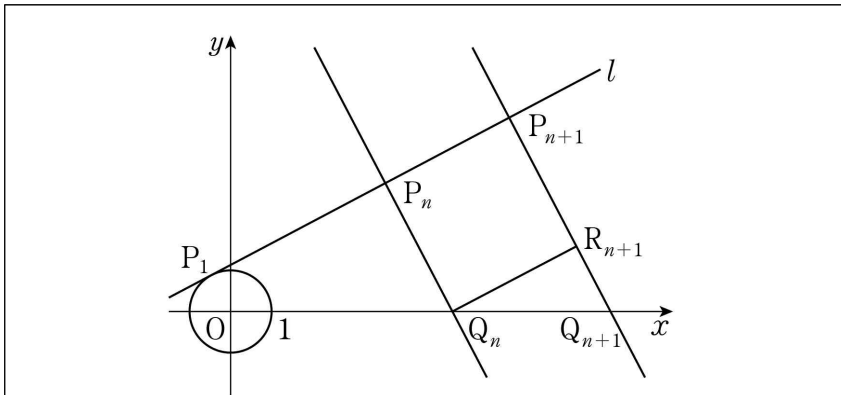
ㄱ.  $a^2 \leq 3b$   
 ㄴ. 방정식  $f'(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.  
 ㄷ. 방정식  $f'(x)=0$ 이 실근을 가지면  $g'(1)=1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $l: x-2y+\sqrt{5}=0$  위의 점  $P_n$ 과  $x$ 축 위의 점  $Q_n$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선  $P_nQ_n$ 과 직선  $l$ 이 서로 수직이다.
- $\overline{P_nQ_n}=\overline{P_nP_{n+1}}$ 이고 점  $P_{n+1}$ 의  $x$ 좌표는 점  $P_n$ 의  $x$ 좌표보다 크다.

다음은 점  $P_1$ 이 원  $x^2+y^2=1$ 과 직선  $l$ 의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여 삼각형  $OQ_nP_n$ 의 넓이를 구하는 과정이다. (단,  $O$ 는 원점이다.)



자연수  $n$ 에 대하여 점  $Q_n$ 을 지나고 직선  $l$ 과 평행한 직선이 선분  $P_{n+1}Q_{n+1}$ 과 만나는 점을  $R_{n+1}$ 이라 하면 사각형  $P_nQ_nR_{n+1}P_{n+1}$ 은 정사각형이다.

직선  $l$ 의 기울기가  $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\overline{R_{n+1}Q_{n+1}} = \boxed{\text{가}} \times \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고

$$\overline{P_{n+1}Q_{n+1}} = (1 + \boxed{\text{가}}) \times \overline{P_nQ_n}$$

이다. 이때,  $\overline{P_1Q_1}=1$ 이므로  $\overline{P_nQ_n} = \boxed{\text{나}}$ 이다.

그러므로 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$\overline{P_1P_n} = \sum_{k=1}^{n-1} \overline{P_kP_{k+1}} = \boxed{\text{다}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 삼각형  $OQ_nP_n$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{P_nQ_n} \times \overline{P_1P_n} = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{나}} \times (\boxed{\text{다}})$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 할 때,  $f(6p)+g(8p)$ 의 값은? [4점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

15. 최고차항의 계수가 4이고  $f(0)=f'(0)=0$ 을 만족시키는 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt + 5 & (x < c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt - \frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수  $c$ 의 개수가 1일 때,  $g(1)$ 의 최댓값은? [4점]

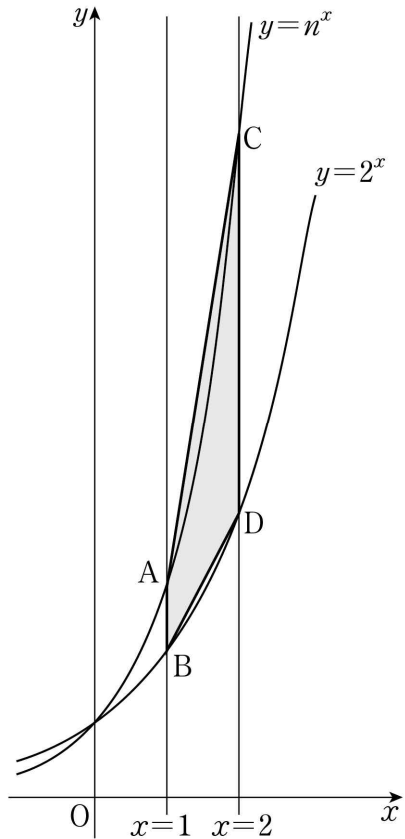
- ① 2      ②  $\frac{8}{3}$       ③  $\frac{10}{3}$       ④ 4      ⑤  $\frac{14}{3}$

단답형

16. 함수  $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 에 대하여  $x=2$ 에서의 미분계수가 18일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가  $v(t) = 12 - 4t$ 일 때, 시각  $t=0$ 에서  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

18. 그림과 같이 3 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 두 곡선  $y=n^x$ ,  $y=2^x$ 이 직선  $x=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선  $y=n^x$ ,  $y=2^x$ 이 직선  $x=2$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]



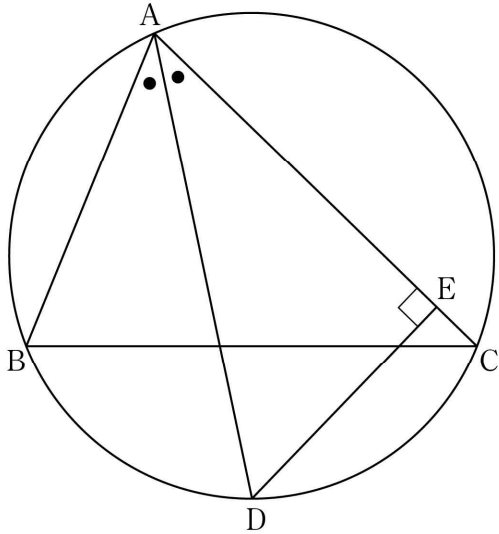
19. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_{n+2} = \begin{cases} a_n - 3 & (n = 1, 3) \\ a_n + 3 & (n = 2, 4) \end{cases}$
- (나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = a_{n+6}$ 이 성립한다.

$\sum_{k=1}^{32} a_k = 112$ 일 때,  $a_1 + a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가  $f(0)=0$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(1-x)=-f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=-6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21.  $\overline{AB}=6$ ,  $\overline{AC}=8$ 인 예각삼각형 ABC에서  $\angle A$ 의 이등분선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 D, 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. 선분 AE의 길이를  $k$ 라 할 때,  $12k$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 양수  $a$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)|-a)$$

이다.

(나) 함수  $g(x)$ 는  $x=0$ 과  $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]



제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지선 다형

23.  $\int_2^4 \frac{6}{x^2} dx$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③ 2      ④  $\frac{9}{4}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

24. 수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - 4n}{n} = 1$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{3n - 1}$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 2)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t \ln t, \quad y = \frac{4t}{\ln t}$$

이다. 시각  $t = e^2$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

- ①  $\sqrt{7}$     ②  $2\sqrt{2}$     ③ 3    ④  $\sqrt{10}$     ⑤  $\sqrt{11}$

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $A_1B$ 를 지름으로 하는 반원



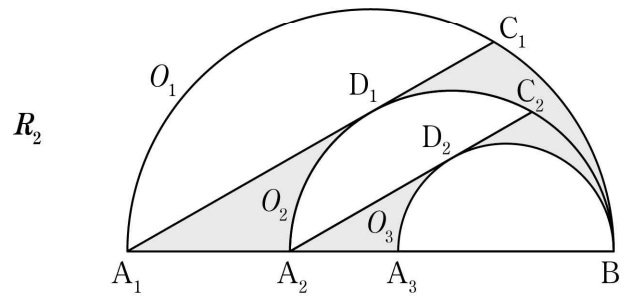
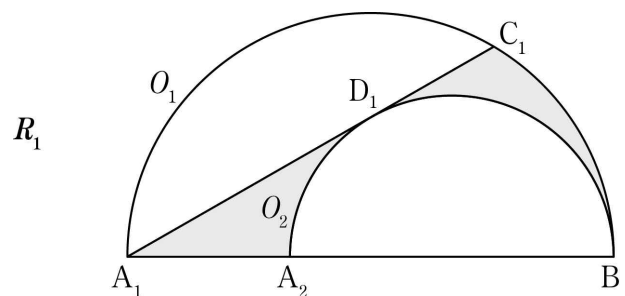
$O_1$ 이 있다. 호  $BA_1$  위에 점  $C_1$ 을  $\angle BA_1C_1 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분  $A_2B$ 를 지름으로 하는 반원  $O_2$ 가 선분  $A_1C_1$ 과 접하도록 선분  $A_1B$  위에 점  $A_2$ 를 잡는다. 반원  $O_2$ 와 선분  $A_1C_1$ 의 접점을  $D_1$ 이라 할 때, 두 선분  $A_1A_2$ ,  $A_1D_1$ 과 호  $D_1A_2$ 로 둘러싸인 부분과 선분  $C_1D_1$ 과 두 호  $BC_1$ ,  $BD_1$ 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 호  $BA_2$  위에 점  $C_2$ 를  $\angle BA_2C_2 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분  $A_3B$ 를 지름으로 하는 반원  $O_3$ 이 선분  $A_2C_2$ 와 접하도록 선분  $A_2B$  위에 점  $A_3$ 을 잡는다. 반원  $O_3$ 과 선분  $A_2C_2$ 의 접점을  $D_2$ 라 할 때, 두 선분  $A_2A_3$ ,  $A_2D_2$ 와 호  $D_2A_3$ 으로 둘러싸인 부분과 선분  $C_2D_2$ 와 두 호  $BC_2$ ,  $BD_2$ 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮

⋮

- ①  $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$     ②  $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$     ③  $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$   
 ④  $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$     ⑤  $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

27. 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

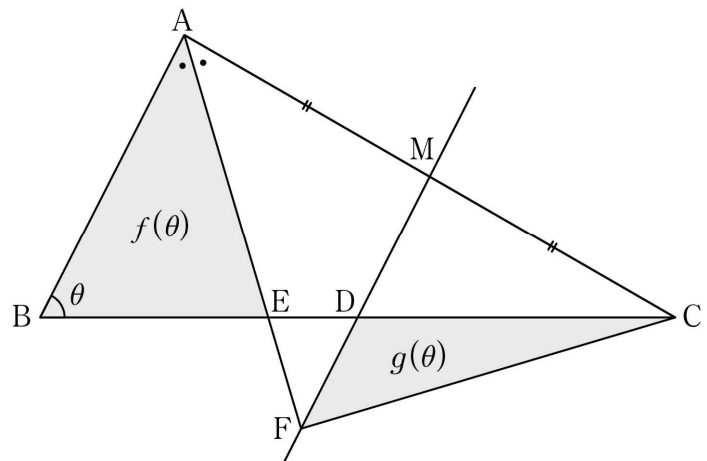
- (가)  $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.
- (나) 닫힌구간  $[-1, 3]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값은 1이고 최솟값은 -2이다.

$\int_{-1}^3 f(x)dx = 3$ 일 때,  $\int_{-2}^1 f^{-1}(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

28. 그림과 같이  $\overline{AB}=1, \overline{BC}=2$ 인 삼각형  $ABC$ 에 대하여 선분  $AC$ 의 중점을  $M$ 이라 하고, 점  $M$ 을 지나고 선분  $AB$ 에 평행한 직선이 선분  $BC$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자.  $\angle BAC$ 의 이등분선이 두 직선  $BC, DM$ 과 만나는 점을 각각  $E, F$ 라 하자.  $\angle CBA = \theta$ 일 때, 삼각형  $ABE$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형  $DFC$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \pi$ )

[4점]



- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 2

## 단답형

29. 함수  $f(x) = \sin(ax)$  ( $a \neq 0$ )에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가)  $\int_0^{\pi} f(x) dx \geq \frac{1}{2}$

(나)  $0 < t < 1$ 인 모든 실수  $t$ 에 대하여

$$\int_0^{3\pi} |f(x) + t| dx = \int_0^{3\pi} |f(x) - t| dx$$

이다.

30. 서로 다른 두 양수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = -\frac{ax^3 + bx}{x^2 + 1}$$

라 하자. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) \neq 0$ 이고, 두 함수  $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$ ,  $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(2) = h(0)$

(나)  $g'(2) = -5h'(2)$

$4(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.