

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

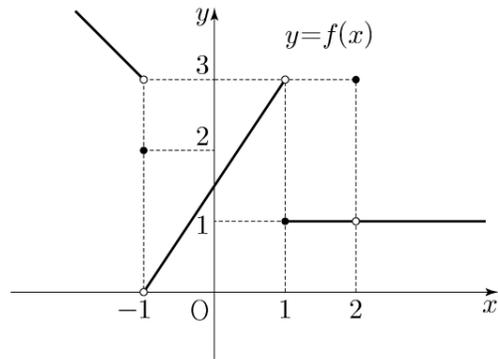
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, \quad a_4 + a_6 = 36$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

6. 방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

7. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta - \frac{6}{\tan\theta} = 1$ 일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선 $y = x^2 - 5x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

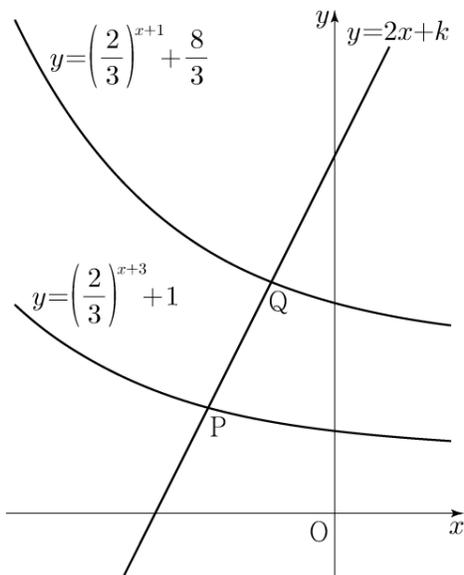
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

9. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{35}{6}$ ② $\frac{17}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{31}{6}$



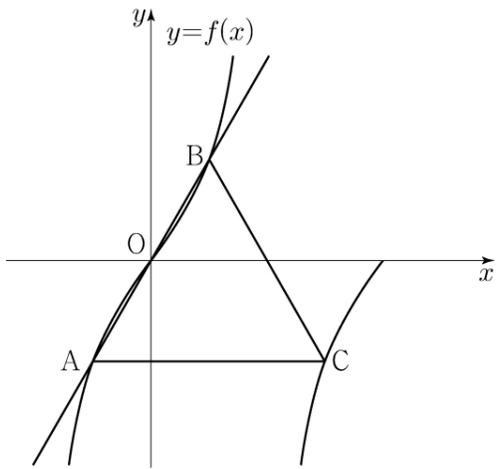
10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

11. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B 를 지나는 직선이 있다. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$
- ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과 두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다. 함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]
- ① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를

만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

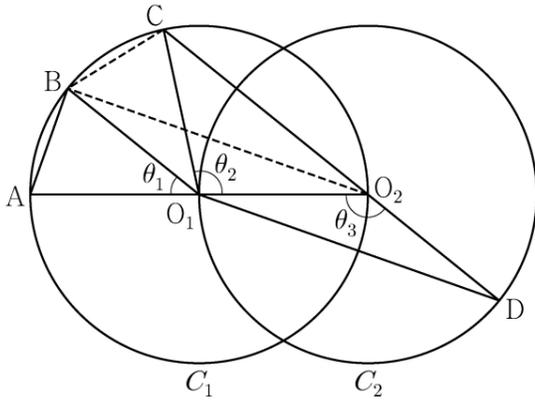
ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$

ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 와 원 C_2 위의 점 D 가 주어졌고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.
 $\overline{AB} = k$ 라 할 때
 $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,
 $\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 삼각형 O_2BC 에서
 $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로
 코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.
 $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{55}{9}$ ② $\frac{166}{27}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{56}{9}$ ⑤ $\frac{169}{27}$

단답형

16. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때, a_8 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.
 (나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1|=2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{n} + \frac{3}{n^2}}{\frac{1}{n} - \frac{2}{n^3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^3 + x) = e^x$$

을 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① e ② $\frac{e}{2}$ ③ $\frac{e}{3}$ ④ $\frac{e}{4}$ ⑤ $\frac{e}{5}$

25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} - a_{2n}) = 3, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 6$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + 2kn}{k^3 + 3k^2n + n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 5$ ② $\frac{\ln 5}{2}$ ③ $\frac{\ln 5}{3}$ ④ $\frac{\ln 5}{4}$ ⑤ $\frac{\ln 5}{5}$

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치가 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = t^2x - \frac{\ln t}{8}$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$ 에서 $t=e$ 까지 점 P가 움직인 거리는?
[3점]

- ① $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{8}$ ② $\frac{e^4}{2} - \frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{8}$

28. 함수 $f(x) = 6\pi(x-1)^2$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 3f(x) + 4\cos f(x)$$

라 하자. $0 < x < 2$ 에서 함수 $g(x)$ 가 극소가 되는 x 의 개수는?
[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

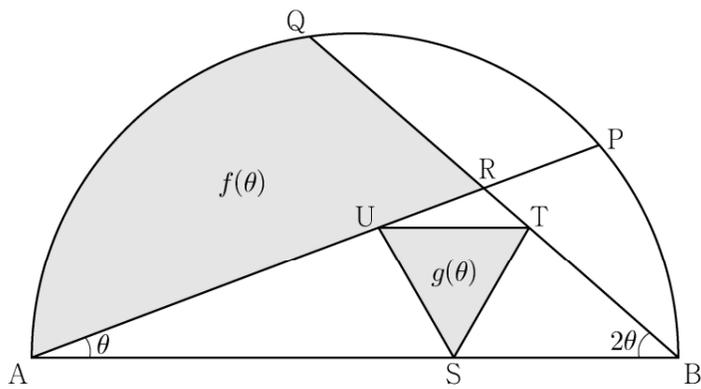
단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자.

선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 1, \int_1^2 f(x) dx = \frac{5}{4}$

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(2x) = 2f(x)$ 이다.

$\int_1^8 xf'(x) dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.