

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$a_2+a_4=30, \quad a_4+a_6=\frac{15}{2}$

를 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$g(x)=x^2f(x)$

라 하자. $f(2)=1, f'(2)=3$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

5. $\tan \theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고,
 $x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 점 $(0, 4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - x + 2$ 에 그은 접선의 x 절편은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$
 ② -2
 ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ -1
 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 함수

$$f(x) = a - \sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6}, b\right]$ 에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

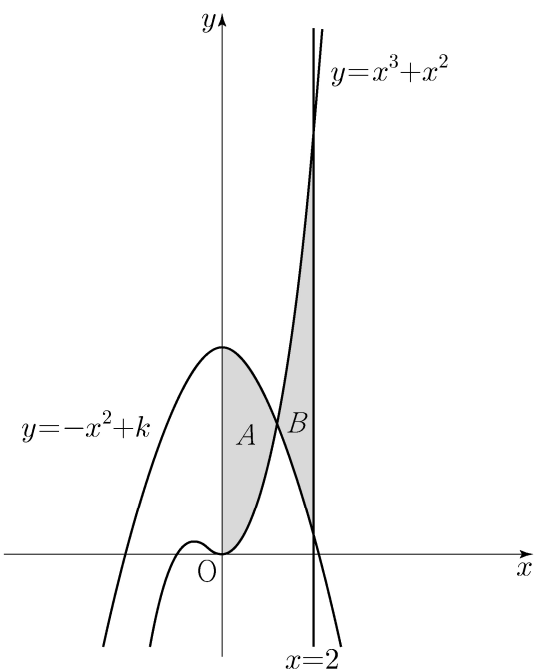
[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
 ② $\frac{5\pi}{12}$
 ③ $\frac{\pi}{3}$
 ④ $\frac{\pi}{4}$
 ⑤ $\frac{\pi}{6}$

10. 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $4 < k < 5$)

[4점]

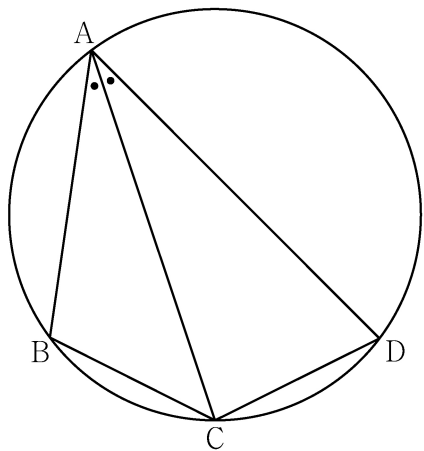
- ① $\frac{25}{6}$
 ② $\frac{13}{3}$
 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ $\frac{14}{3}$
 ⑤ $\frac{29}{6}$



11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 3\sqrt{5}, \overline{AD} = 7, \angle BAC = \angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } |f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)| \text{ 이다.}$$

(단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_x^4 f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

13. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때,

$\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

14. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2+} g(x+t)$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $h(1) = 3$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고 $g(-1) = -2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$
 이다.

- ① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

단답형

16. 방정식

$$\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.
 (나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x)) \text{ 이다.}$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

(다) $f(0) = -3$, $f(g(1)) = 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

짜수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^3+3)^5$ 의 전개식에서 x^9 의 계수는? [2점]

- ① 30 ② 60 ③ 90 ④ 120 ⑤ 150

24. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해
일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 4000 이상인
홀수의 개수는? [3점]

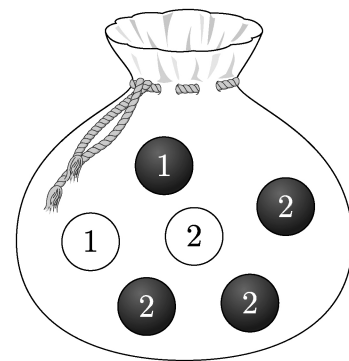
- ① 125 ② 150 ③ 175 ④ 200 ⑤ 225

25. 흰색 마스크 5개, 검은색 마스크 9개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{13}$ ② $\frac{17}{26}$ ③ $\frac{9}{13}$ ④ $\frac{19}{26}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

26. 주머니에 1이 적힌 흰 공 1개, 2가 적힌 흰 공 1개, 1이 적힌 검은 공 1개, 2가 적힌 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A , 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B 라 할 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

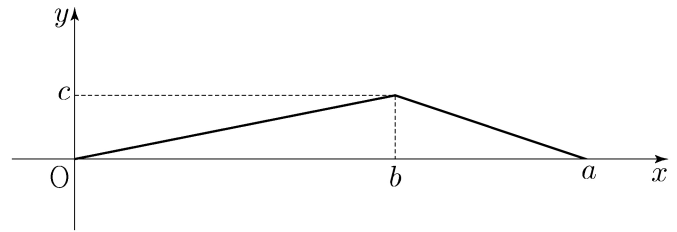
- ① $\frac{11}{20}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{3}{4}$



27. 어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \leq m \leq 755.9$ 이다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n 개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n 의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

28. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq a$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같다.



$P(X \leq b) - P(X \geq b) = \frac{1}{4}$, $P(X \leq \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$ 일 때,

$a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

단답형

29. 앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고
 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다.
 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k 에 대하여
 k 번째 자리에 자연수 k 가 보이도록 놓여 있다.



이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 이면
 k 번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에
 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이
 짝수일 때, 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

30. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 조건을
 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 9 이하의 모든 자연수 x 에 대하여
 $f(x) \leq f(x+1)$ 이다.
- (나) $1 \leq x \leq 5$ 일 때 $f(x) \leq x$ 이고,
 $6 \leq x \leq 10$ 일 때 $f(x) \geq x$ 이다.
- (다) $f(6) = f(5) + 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한
 과목인지 확인하시오.