

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 + a_4 = 30, \quad a_4 + a_6 = \frac{15}{2}$$

를 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^2 f(x)$$

라 하자. $f(2) = 1, f'(2) = 3$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

5. $\tan \theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고,
 $x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 점 $(0, 4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - x + 2$ 에 그은 접선의 x 절편은?
[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 함수

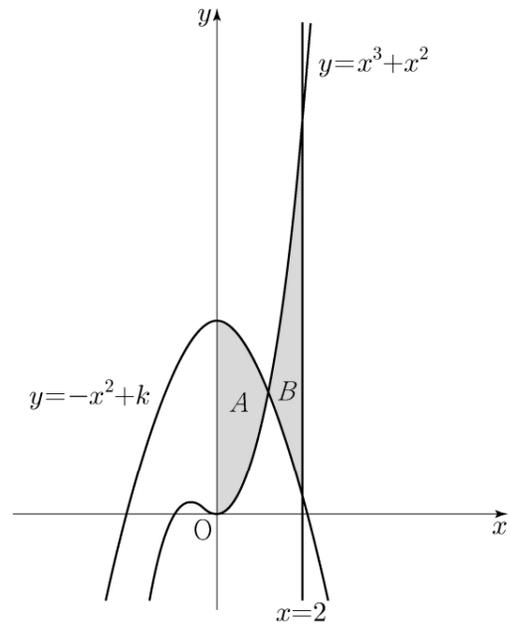
$$f(x) = a - \sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $[-\frac{\pi}{6}, b]$ 에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때,
 $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

10. 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인
부분의 넓이를 A , 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와
직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자.
 $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $4 < k < 5$) [4점]

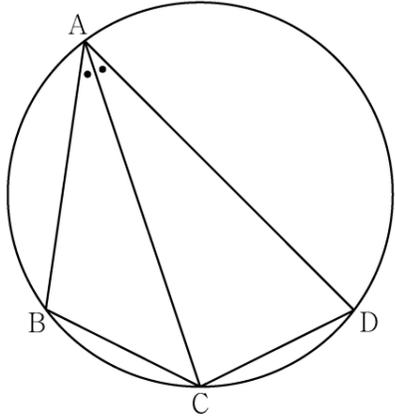
- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$



11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 3\sqrt{5}, \overline{AD} = 7, \angle BAC = \angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
- ④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
- ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \leq x < n$ 일 때, $|f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)|$ 이다.
(단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_x^4 f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $-\frac{1}{2}$
- ⑤ $-\frac{3}{2}$

13. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^2 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때,

$\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

14. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0^+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2^+} g(x+t)$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. $h(1) = 3$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고 $g(-1) = -2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

단답형

16. 방정식

$$\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.
 (나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x))$ 이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.
- (다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+4}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \frac{3k}{n}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{13}{9}$
- ③ $\frac{14}{9}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{16}{9}$

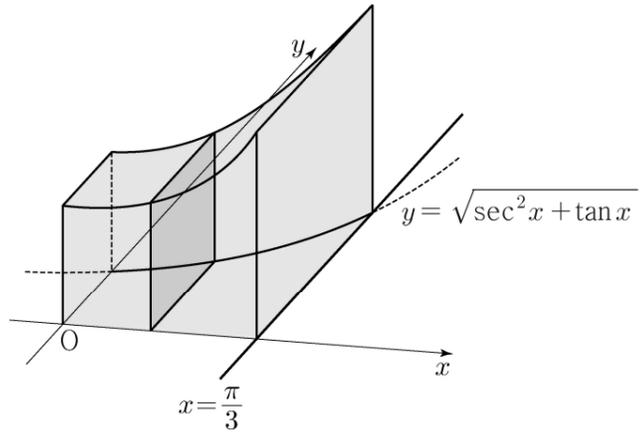
25. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 1}{3^n + 2^{2n-1}} = 3$ 일 때,

a_2 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

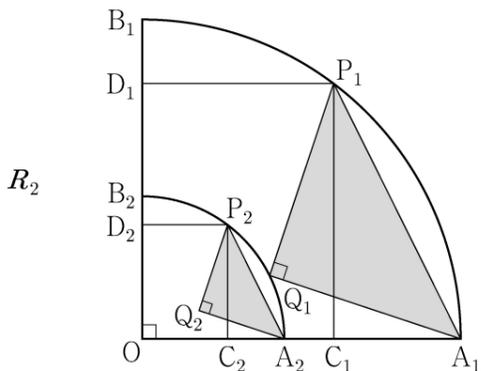
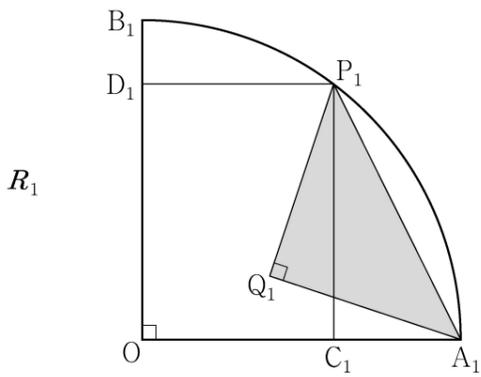
26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\sec^2 x + \tan x}$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$)와

x 축, y 축 및 직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2} + \ln 2$ ③ $\sqrt{3} + \frac{\ln 2}{2}$
 ④ $\sqrt{3} + \ln 2$ ⑤ $\sqrt{3} + 2\ln 2$

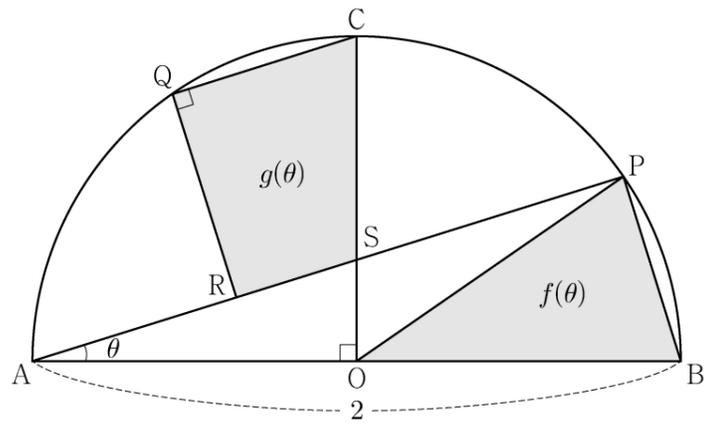
27. 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_1B_1 이 있다. 호 A_1B_1 위에 점 P_1 , 선분 OA_1 위에 점 C_1 , 선분 OB_1 위에 점 D_1 을 사각형 $OC_1P_1D_1$ 이 $\overline{OC_1} : \overline{OD_1} = 3:4$ 인 직사각형이 되도록 잡는다. 부채꼴 OA_1B_1 의 내부에 점 Q_1 을 $\overline{P_1Q_1} = \overline{A_1Q_1}$, $\angle P_1Q_1A_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $P_1Q_1A_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 와 선분 OB_1 위의 점 B_2 를 $\overline{OQ_1} = \overline{OA_2} = \overline{OB_2}$ 가 되도록 잡고, 중심이 O , 반지름의 길이가 $\overline{OQ_1}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OA_2B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 P_2, C_2, D_2, Q_2 를 잡고, 이등변삼각형 $P_2Q_2A_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮ ⋮

- ① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

28. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C 가 있다. 호 BC 위에 점 P 와 호 CA 위에 점 Q 를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R 를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP 와 선분 CO 의 교점을 S 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB 의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 $CQRS$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

29. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)+6}{e^x} = 1$$

$$(나) f(\ln 2) = 0$$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$$\int_0^{14} g(x) dx = p + q \ln 2 \text{이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 유리수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = e^{\sin \pi x} - 1$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x) = g(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.

(나) 열린구간 $(0, 3)$ 에서 방정식 $h(x)=1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3) = \frac{1}{2}$, $f'(3) = 0$ 일 때, $f(2) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.