

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-2}+3x}{x+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$a_2+a_4=30, \quad a_4+a_6=\frac{15}{2}$

를 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$g(x)=x^2f(x)$

라 하자. $f(2)=1, f'(2)=3$ 일 때, $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

5. $\tan \theta < 0$ 이고 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고,
 $x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 모든 항이 양수이고 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 2$$

를 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 점 $(0, 4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - x + 2$ 에 그은 접선의 x 절편은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$
 ② -2
 ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ -1
 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 함수

$$f(x) = a - \sqrt{3}\tan 2x$$

가 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{6}, b\right]$ 에서 최댓값 7, 최솟값 3을 가질 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

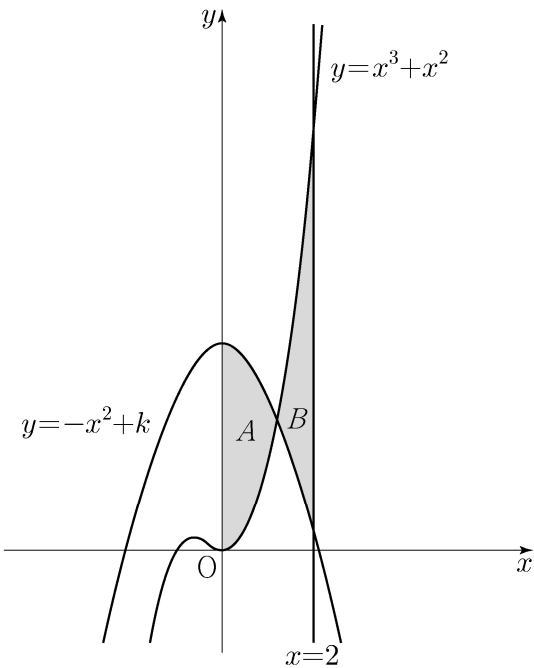
[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
 ② $\frac{5\pi}{12}$
 ③ $\frac{\pi}{3}$
 ④ $\frac{\pi}{4}$
 ⑤ $\frac{\pi}{6}$

10. 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 두 곡선 $y = x^3 + x^2$, $y = -x^2 + k$ 와 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $4 < k < 5$)

[4점]

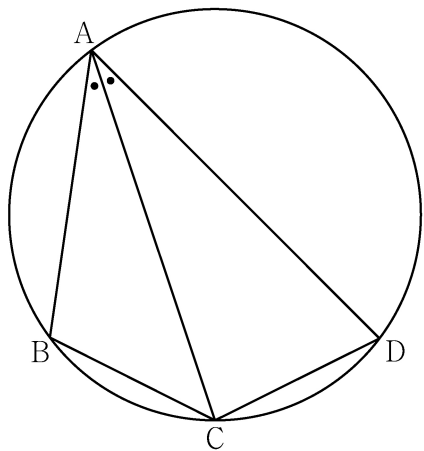
- ① $\frac{25}{6}$
 ② $\frac{13}{3}$
 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ $\frac{14}{3}$
 ⑤ $\frac{29}{6}$



11. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$$\overline{AB}=5, \overline{AC}=3\sqrt{5}, \overline{AD}=7, \angle BAC=\angle CAD$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

③ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } |f(x)| = |6(x-n+1)(x-n)| \text{ 이다.}$$

(단, n 은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - \int_x^4 f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

13. 자연수 $m(m \geq 2)$ 에 대하여 m^{12} 의 n 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n 의 개수를 $f(m)$ 이라 할 때,

$\sum_{m=2}^9 f(m)$ 의 값은? [4점]

- ① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

14. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} x & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \\ f(x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

함수 $h(x) = \lim_{t \rightarrow 0+} g(x+t) \times \lim_{t \rightarrow 2+} g(x+t)$ 에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $h(1) = 3$
 ㄴ. 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 감소하고 $g(-1) = -2$ 이면 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_7 = 40$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1} \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 216
- ② 218
- ③ 220
- ④ 222
- ⑤ 224

단답형

16. 방정식

$\log_2(3x+2) = 2 + \log_2(x-2)$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 와 가속도 $a(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v(t) = 2t^3 - 8t$ 이다.
 (나) $t \geq 2$ 일 때, $a(t) = 6t + 4$ 이다.

시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x)) \text{ 이다.}$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

(다) $f(0) = -3$, $f(g(1)) = 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

짜수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $A(2, 2, -1)$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 $C(-2, 1, 1)$ 에 대하여 선분 BC의 길이는?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 초점이 $F\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 이고 준선이 $x = -\frac{1}{3}$ 인 포물선이 점 $(a, 2)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의
기울기가 $-\frac{1}{2}$ 일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는?
(단, a, b 는 양수이다.) [3점]

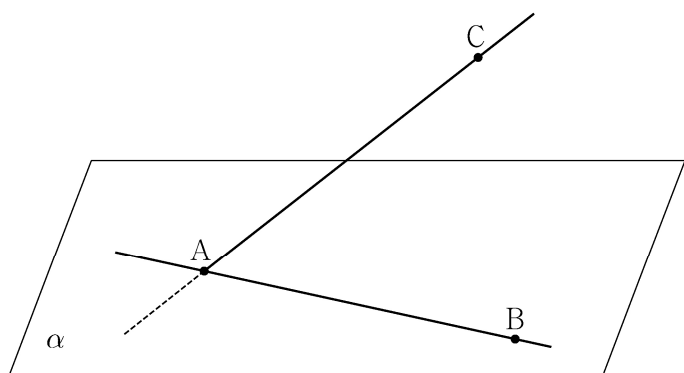
① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $2\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

26. 좌표평면에서 세 벡터
 $\vec{a} = (2, 4), \vec{b} = (2, 8), \vec{c} = (1, 0)$
에 대하여 두 벡터 $\vec{p}, \vec{q}$ 가
 $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0, \vec{q} = \frac{1}{2}\vec{a} + t\vec{c} \text{ (} t \text{는 실수)}$
를 만족시킬 때, $|\vec{p} - \vec{q}|$ 의 최솟값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

27. 좌표공간에 직선 AB 를 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 C 에 대하여 직선 AB 와 직선 AC 가 이루는 예각의 크기를 θ_1 이라 할 때 $\sin \theta_1 = \frac{4}{5}$ 이고, 직선 AC 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{2} - \theta_1$ 이다. 평면 ABC 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ_2 라 할 때, $\cos \theta_2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{8}$

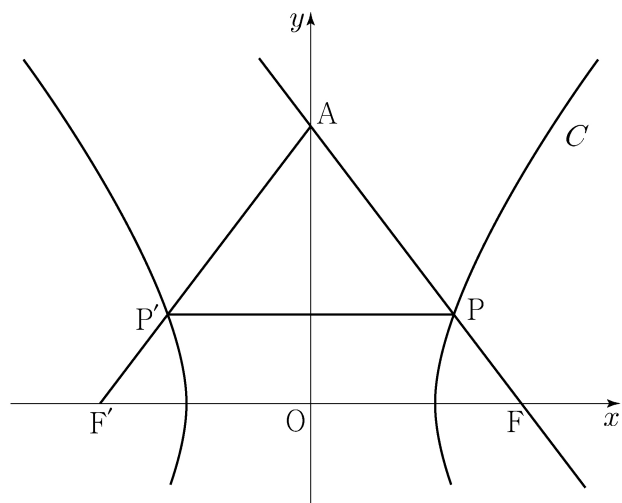


28. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 C 와 y 축 위의 점 A 가 있다. 쌍곡선 C 가 선분 AF 와 만나는 점을 P , 선분 AF' 과 만나는 점을 P' 이라 하자. 직선 AF 는 쌍곡선 C 의 한 점근선과 평행하고

$$\overline{AP} : \overline{PP'} = 5 : 6, \quad \overline{PF} = 1$$

일 때, 쌍곡선 C 의 주축의 길이는? [4점]

- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{29}{12}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



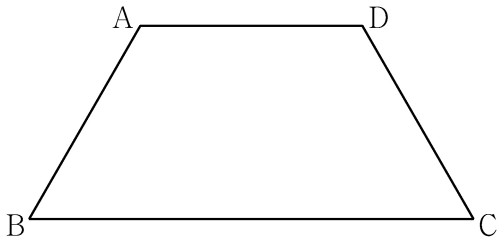
단답형

29. 평면 α 위에 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{AD} = 2$, $\angle ABC = \angle BCD = \frac{\pi}{3}$ 인 사다리꼴 ABCD가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 의 값을 구하시오. [4점]

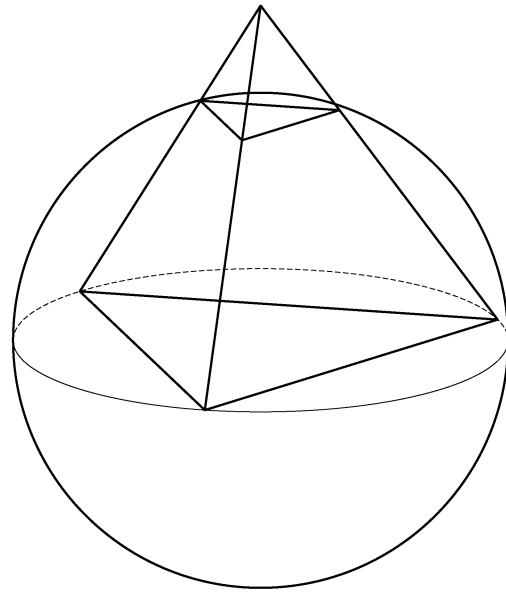
(가) $\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BP})$

(나) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{PQ} = 6$

(다) $2 \times \angle BQA = \angle PBQ < \frac{\pi}{2}$



30. 좌표공간에 정사면체 ABCD가 있다. 정삼각형 BCD의 외심을 중심으로 하고 점 B를 지나는 구를 S 라 하자. 구 S 와 선분 AB가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P, 구 S 와 선분 AC가 만나는 점 중 C가 아닌 점을 Q, 구 S 와 선분 AD가 만나는 점 중 D가 아닌 점을 R라 하고, 점 P에서 구 S 에 접하는 평면을 α 라 하자. 구 S 의 반지름의 길이가 6일 때, 삼각형 PQR의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.