

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

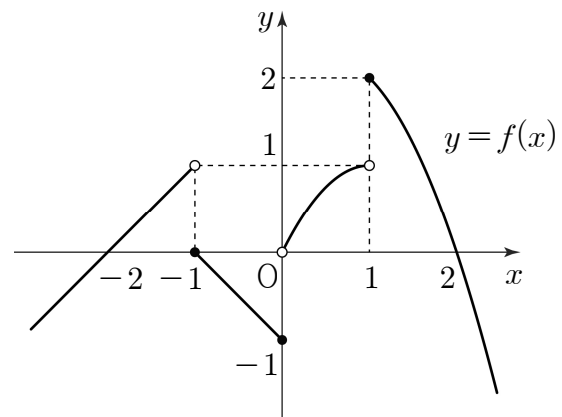
2. 함수 $f(x) = x^3 - 7x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ 이고 $\sin\theta \cos\theta < 0$ 일 때, $\sin\theta + 2\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & (x \leq 1) \\ 2x^3 + bx + 1 & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3^2 = a_6, \quad a_2 - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + 4$ 가 $x=1$ 에서 극값을 갖는다.
함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1, t=a(a > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 움직인 거리는?

[3점]

- ① $\frac{7}{3}$
- ② $\frac{8}{3}$
- ③ 3
- ④ $\frac{10}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{3}$

9. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(x^n - 8)(x^{2n} - 8) = 0$$

의 모든 실근의 곱이 -4 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 곡선 $y = |4\sin 3x + 2|$ 와 직선 $y = 2$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$ 이다.

(나) $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 12$

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

12. 모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$

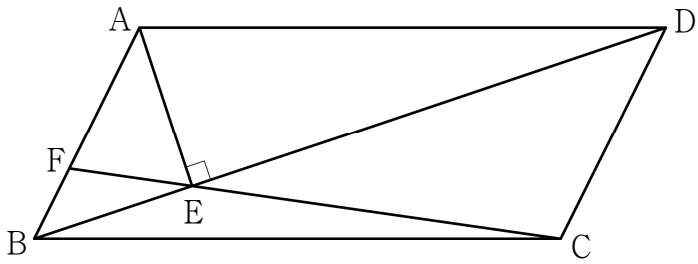
(나) $|a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| < 13$

$24 < a_{21} < 29$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

13. 그림과 같이 평행사변형 ABCD가 있다. 점 A에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 하고, 직선 CE가 선분 AB와 만나는 점을 F라 하자.

$\cos(\angle AFC) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\overline{EC} = 10$ 이고 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AFE의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{20}{3}$ ② 7 ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 8

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(-3) = f(0)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ -f(x) & (-3 \leq x < 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 의 값이 한 개일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

ㄱ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄴ. $f(-6) \times f(3) = 0$
 ㄷ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 가 음수일 때 집합 $\{x \mid f(x) = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합이 -1 이면 $g(-1) = -48$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 < 300$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수인 경우}) \\ a_n + 6 & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{k=4}^7 a_k = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 315 ② 321 ③ 327 ④ 333 ⑤ 339

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-5) = \log_4(x+7)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 - 8x + 1$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2a_k+3)=40, \quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=-10$$

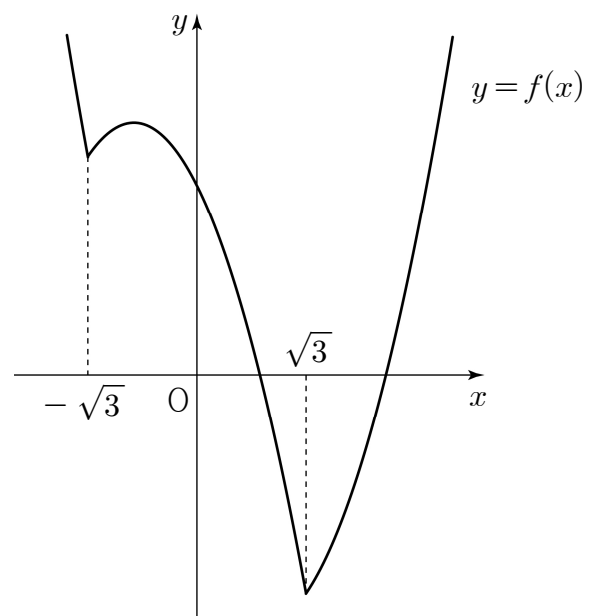
일 때, $\sum_{k=1}^{10}(b_k+5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=x^3-10$ 위의 점 $P(-2, -18)$ 에서의 접선과
 곡선 $y=x^3+k$ 위의 점 Q 에서의 접선이 일치할 때,
 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

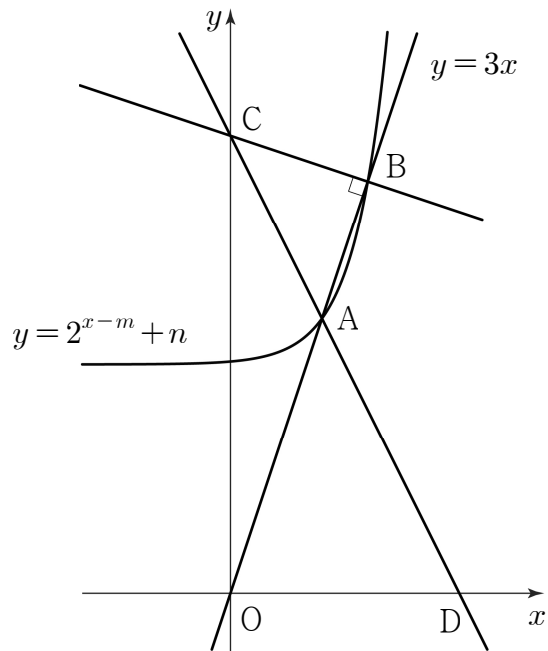
20. 실수 t ($\sqrt{3} < t < \frac{13}{4}$)에 대하여 두 함수

$$f(x)=|x^2-3|-2x, \quad g(x)=-x+t$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 네 점의 x 좌표를 작은 수부터
 크기순으로 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하자. $x_4-x_1=5$ 일 때,
 닫힌구간 $[x_3, x_4]$ 에서 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프로
 둘러싸인 부분의 넓이는 $p-q\sqrt{3}$ 이다. $p \times q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



21. 그림과 같이 곡선 $y = 2^{x-m} + n$ ($m > 0, n > 0$) 과 직선 $y = 3x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 점 B를 지나며 직선 $y = 3x$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. 직선 CA가 x 축과 만나는 점을 D라 하면 점 D는 선분 CA를 5:3으로 외분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 20일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) - x - f(t) + t$$

라 할 때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{t \rightarrow -1} \{h(t) - h(-1)\} = \lim_{t \rightarrow 1} \{h(t) - h(1)\} = 2$
- (나) $\int_0^\alpha f(x) dx = \int_0^\alpha |f(x)| dx$ 를 만족시키는 실수 α 의 최솟값은 -1 이다.
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{d}{dx} \int_0^x \{f(u) - ku\} du \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 $f'(\sqrt{2})$ 이다.

$f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선 다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2n(\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2+1})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 함수 $f(x) = \ln(x^2 - x + 2)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(g(x))$ 라 하자.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 4}{x - 2} = 12$ 일 때, $h'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

25. 곡선 $2e^{x+y-1} = 3e^x + x - y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

26. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고

$$\int_1^2 (x-1)f'\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2$$

를 만족시킨다. $f(1)=4$ 일 때, $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

27. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = \overline{AC_1} = \sqrt{17}$, $\overline{B_1C_1} = 2$ 인 삼각형 AB_1C_1 이 있다. 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 AC_1 위의 점 C_2 , 삼각형 AB_1C_1 의 내부의 점 D_1 을

$$\overline{B_1D_1} = \overline{B_2D_1} = \overline{C_1D_1} = \overline{C_2D_1}, \angle B_1D_1B_2 = \angle C_1D_1C_2 = \frac{\pi}{2}$$

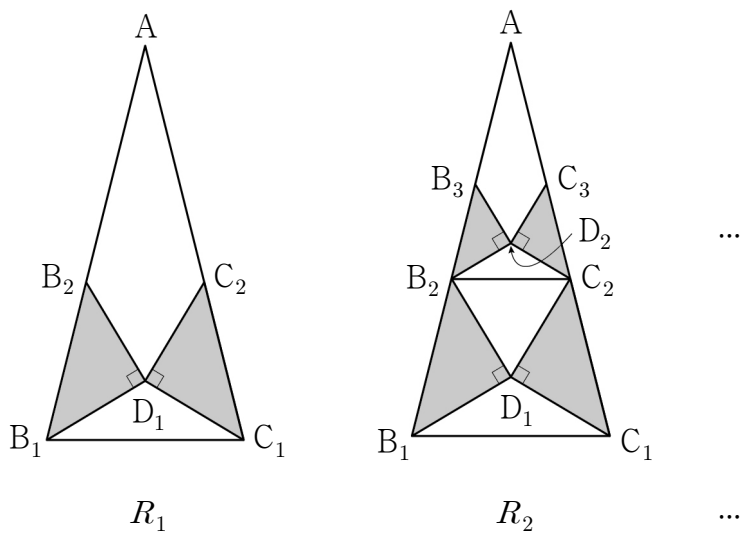
가 되도록 잡고, 두 삼각형 $B_1D_1B_2$, $C_1D_1C_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 AB_2 위의 점 B_3 , 선분 AC_2 위의 점 C_3 , 삼각형 AB_2C_2 의 내부의 점 D_2 를

$$\overline{B_2D_2} = \overline{B_3D_2} = \overline{C_2D_2} = \overline{C_3D_2}, \angle B_2D_2B_3 = \angle C_2D_2C_3 = \frac{\pi}{2}$$

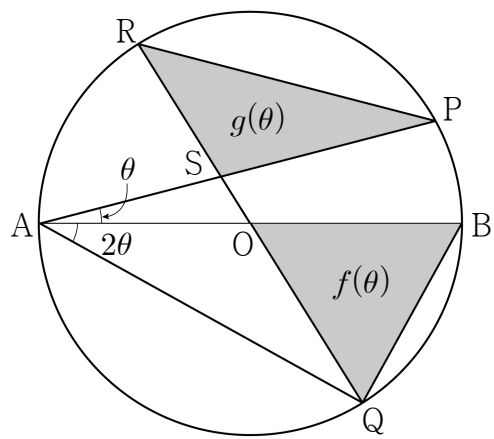
가 되도록 잡고, 두 삼각형 $B_2D_2B_3$, $C_2D_2C_3$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① 2 ② $\frac{33}{16}$ ③ $\frac{17}{8}$ ④ $\frac{35}{16}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

28. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 원이 있다. 원 위에 점 P 를 $\angle PAB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P 를 포함하지 않는 호 AB 위에 점 Q 를 $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 OQ 가 원과 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 R , 두 선분 PA 와 QR 가 만나는 점을 S 라 하자. 삼각형 BOQ 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRS 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

단답형

29. 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x < 1$ 일 때, $f'(x) = -2x + 4$ 이다.
 (나) $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x^2 + 1) = ae^{2x} + bx$ 이다. (단, a, b 는 상수이다.)

$$\int_0^5 f(x)dx = pe^4 - q \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \sin|\pi f(x)|$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 x 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. 함수 $g(x)$ 와 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = a_4$ 와 $x = a_8$ 에서 극대이다.
 (나) $f(a_m) = f(0)$

$f(a_k) \leq f(m)$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.