

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{2\sqrt{3}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

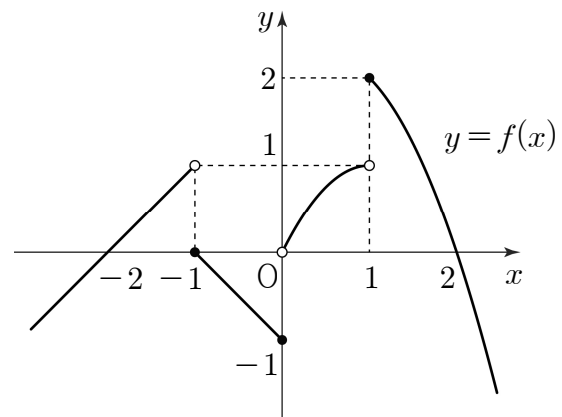
2. 함수 $f(x) = x^3 - 7x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ 이고 $\sin\theta \cos\theta < 0$ 일 때, $\sin\theta + 2\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & (x \leq 1) \\ 2x^3 + bx + 1 & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3^2 = a_6, \quad a_2 - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + 4$ 가 $x=1$ 에서 극값을 갖는다.
함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 시각 $t=1, t=a(a > 1)$ 에서 운동 방향을 바꿀 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 움직인 거리는?

[3점]

- ① $\frac{7}{3}$
- ② $\frac{8}{3}$
- ③ 3
- ④ $\frac{10}{3}$
- ⑤ $\frac{11}{3}$

9. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(x^n - 8)(x^{2n} - 8) = 0$$

의 모든 실근의 곱이 -4 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 곡선 $y = |4\sin 3x + 2|$ 와 직선 $y = 2$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(1+x)+f(1-x)=0$ 이다.

(나) $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 12$

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

12. 모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$

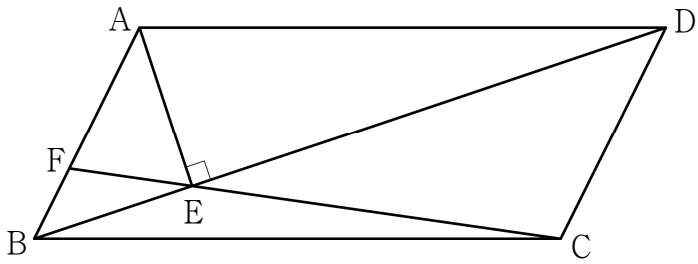
(나) $|a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| < 13$

$24 < a_{21} < 29$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

13. 그림과 같이 평행사변형 ABCD가 있다. 점 A에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 하고, 직선 CE가 선분 AB와 만나는 점을 F라 하자.

$\cos(\angle AFC) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\overline{EC} = 10$ 이고 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AFE의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{20}{3}$ ② 7 ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 8

14. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(-3) = f(0)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -3 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ -f(x) & (-3 \leq x < 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 의 값이 한 개일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 은 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄴ. $f(-6) \times f(3) = 0$
 ㄷ. 함수 $g(x)g(x-3)$ 이 $x=k$ 에서 불연속인 실수 k 가 음수일 때 집합 $\{x \mid f(x) = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합이 -1 이면 $g(-1) = -48$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 < 300$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수인 경우}) \\ a_n + 6 & (\log_3 a_n \text{ 이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{k=4}^7 a_k = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 315 ② 321 ③ 327 ④ 333 ⑤ 339

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-5) = \log_4(x+7)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 - 8x + 1$ 이고 $f(1) = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2a_k+3)=40, \quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)=-10$$

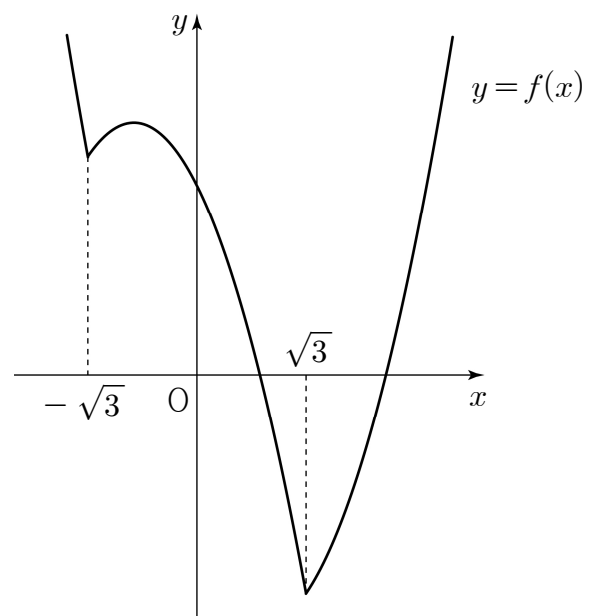
일 때, $\sum_{k=1}^{10}(b_k+5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=x^3-10$ 위의 점 $P(-2, -18)$ 에서의 접선과
 곡선 $y=x^3+k$ 위의 점 Q 에서의 접선이 일치할 때,
 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

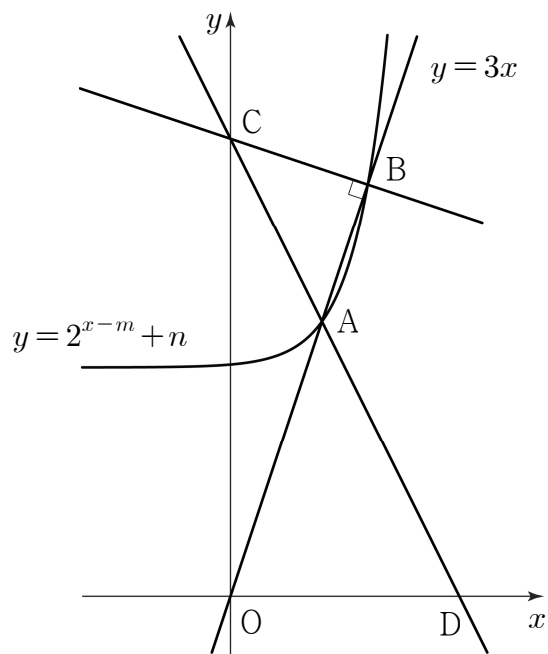
20. 실수 t ($\sqrt{3} < t < \frac{13}{4}$)에 대하여 두 함수

$$f(x)=|x^2-3|-2x, \quad g(x)=-x+t$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 네 점의 x 좌표를 작은 수부터
 크기순으로 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하자. $x_4-x_1=5$ 일 때,
 닫힌구간 $[x_3, x_4]$ 에서 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프로
 둘러싸인 부분의 넓이는 $p-q\sqrt{3}$ 이다. $p \times q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



21. 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-m}+n$ ($m > 0, n > 0$) 과 직선 $y=3x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 점 B를 지나며 직선 $y=3x$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. 직선 CA가 x 축과 만나는 점을 D라 하면 점 D는 선분 CA를 5:3으로 외분하는 점이다. 삼각형 ABC의 넓이가 20일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) - x - f(t) + t$$

라 할 때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow -1} \{h(t) - h(-1)\} = \lim_{t \rightarrow 1} \{h(t) - h(1)\} = 2$

(나) $\int_0^\alpha f(x) dx = \int_0^\alpha |f(x)| dx$ 를 만족시키는 실수 α 의 최솟값은 -1 이다.

(다) 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{d}{dx} \int_0^x \{f(u) - ku\} du \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은 $f'(\sqrt{2})$ 이다.

$f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선 다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(4, -2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a}+\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

24. 타원 $\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{8}=1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는

점 (a, b) 에서의 접선이 점 $(8, 0)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

25. 좌표평면에서 벡터 $\vec{u} = (3, -1)$ 에 평행한 직선 l 과
 직선 $m: \frac{x-1}{7} = y-1$ 이 있다. 두 직선 l, m 이 이루는
 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{14}}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

26. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)의 초점 F 를 지나는 직선이
 포물선과 서로 다른 두 점 A, B 에서 만날 때, 두 점
 A, B 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라
 하자. $\overline{AC}:\overline{BD} = 2:1$ 이고 사각형 $ACDB$ 의 넓이가 $12\sqrt{2}$
 일 때, 선분 AB 의 길이는? (단, 점 A 는 제1사분면에 있다.)
 [3점]

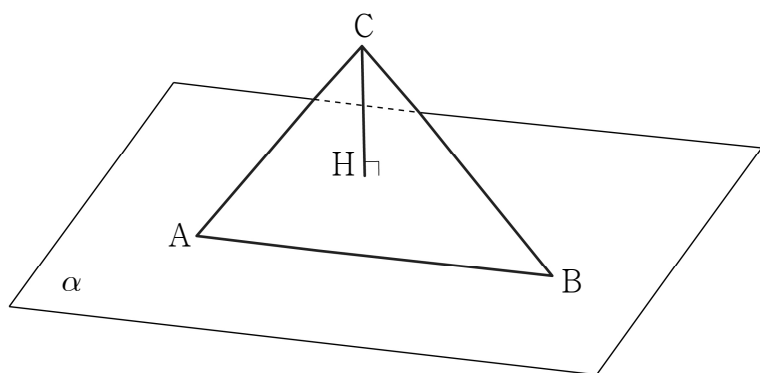
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 공간에 선분 AB를 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 C에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle AHB = \frac{\pi}{2}$
 (나) $\sin(\angle CAH) = \sin(\angle ABH) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

평면 ABC와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, 점 H는 선분 AB 위에 있지 않다.) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{7}}{14}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ③ $\frac{3\sqrt{7}}{14}$
- ④ $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{7}}{14}$

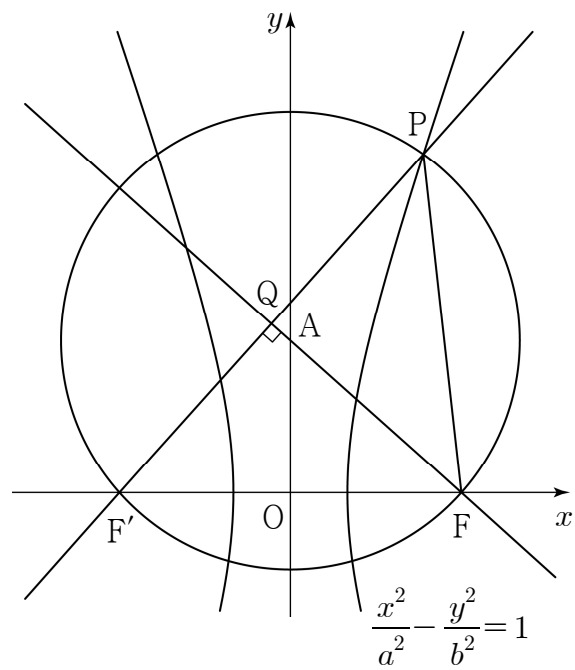


28. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 점 $A(0, 6)$ 을 중심으로 하고 두 초점을 지나는 원이 있다. 원과 쌍곡선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P와 두 직선 PF', AF 가 만나는 점 Q가

$$\overline{PF} : \overline{PF'} = 3 : 4, \quad \angle F'QF = \frac{\pi}{2}$$

를 만족시킬 때, $b^2 - a^2$ 의 값은? (단, a, b 는 양수이고, 점 Q는 제2사분면에 있다.) [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50



단답형

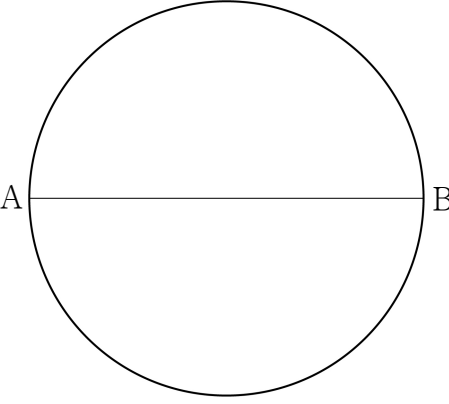
29. 좌표평면 위에 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 원 위의 서로 다른 두 점 C, D가

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 27, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 9, \overline{CD} > 3$$

을 만족시킨다. 선분 AC 위의 서로 다른 두 점 P, Q와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\frac{3}{2}\overrightarrow{DP} - \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$
- (나) $\overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{QD} = 3$

$k \times (\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{DP})$ 의 값을 구하시오. [4점]



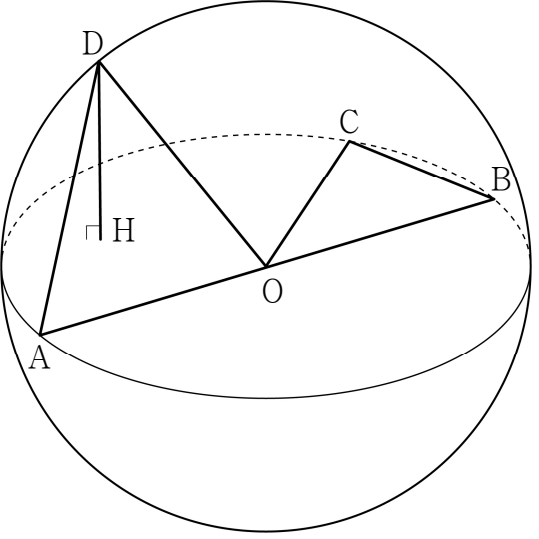
30. 공간에 중심이 O이고 반지름의 길이가 4인 구가 있다. 구 위의 서로 다른 세 점 A, B, C가

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 평면 ABC 위에 있지 않은 구 위의 점 D에서 평면 ABC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 OC, OD가 서로 수직이다.
- (나) 두 직선 AD, OH가 서로 수직이다.

삼각형 DAH의 평면 DOC 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, 8S의 값을 구하시오. (단, 점 H는 점 O가 아니다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.