

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의
값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x < 2) \\ x^2 + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$f'(x) = 3x(x - 2), \quad f(1) = 6$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대이고
 $x = \beta$ 에서 극소일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, α 와 β 는 상수이다.)
[3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$
 를 만족시킬 때, $\int_{-2}^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

① 28 ② 24 ③ 20 ④ 16 ⑤ 12
9. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3)$, $Q(\log_5 12)$ 에 대하여
 선분 PQ 를 $m:(1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때,
 4^m 의 값은? (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P , Q 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$
 이다. 시각 t 에서의 두 점 P , Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때,
 함수 $f(t)$ 는 구간 $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간 $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간 $[b, \infty)$ 에서 증가한다.
 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 Q 가 움직인 거리는? (단, $0 < a < b$) [4점]

① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{17}{2}$ ③ $\frac{19}{2}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

11. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6|=a_8,\quad \sum_{k=1}^5\frac{1}{a_k a_{k+1}}=\frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15}a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 60
- ② 65
- ③ 70
- ④ 75
- ⑤ 80

12. 함수 $f(x)=\frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$ 와 실수 $t(0<t<6)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 는

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<t) \\ -(x-t)+f(t) & (x\geq t) \end{cases}$$

이다. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

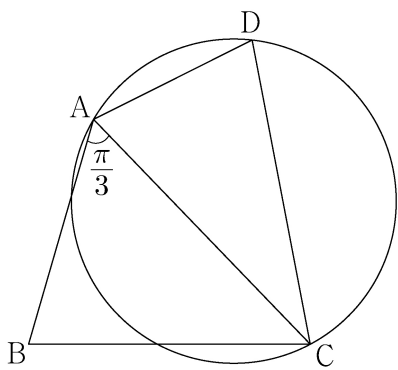
- ① $\frac{125}{4}$
- ② $\frac{127}{4}$
- ③ $\frac{129}{4}$
- ④ $\frac{131}{4}$
- ⑤ $\frac{133}{4}$

13. 그림과 같이

$\overline{AB}=3, \overline{BC}=\sqrt{13}, \overline{AD}\times\overline{CD}=9, \angle BAC=\frac{\pi}{3}$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD의 넓이를 S_2 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하자.

$S_2=\frac{5}{6}S_1$ 일 때, $\frac{R}{\sin(\angle ADC)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-6x+1 & (x\leq 2) \\ a(x-2)(x-b)+9 & (x>2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k)+\lim_{t\rightarrow k-}g(t)+\lim_{t\rightarrow k+}g(t)=9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

단답형

16. 방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0, 0)$ 에서의 접선이
 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고,
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을
 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때,
 $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4}$, $f'\left(\frac{1}{4}\right) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

짜수형

5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 $A(a, -2, 6)$, $B(9, 2, b)$ 에 대하여
선분 AB의 중점의 좌표가 $(4, 0, 7)$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

24. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{6} = 1$ 위의 점 $(\sqrt{3}, -2)$ 에서의 접선의
기울기는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{5}$

25. 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여

$$|\vec{a}| = \sqrt{11}, \quad |\vec{b}| = 3, \quad |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{17}$$

일 때, $|\vec{a} - \vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

26. 좌표공간에 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 서로 다른 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영을 각각 A', B'이라 할 때,

$$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 6$$

이다. 선분 AB의 중점 M의 평면 α 위로의 정사영을 M'이라 할 때,

$$\overline{PM'} \perp \overline{A'B'}, \quad \overline{PM'} = 6$$

이 되도록 평면 α 위에 점 P를 잡는다.

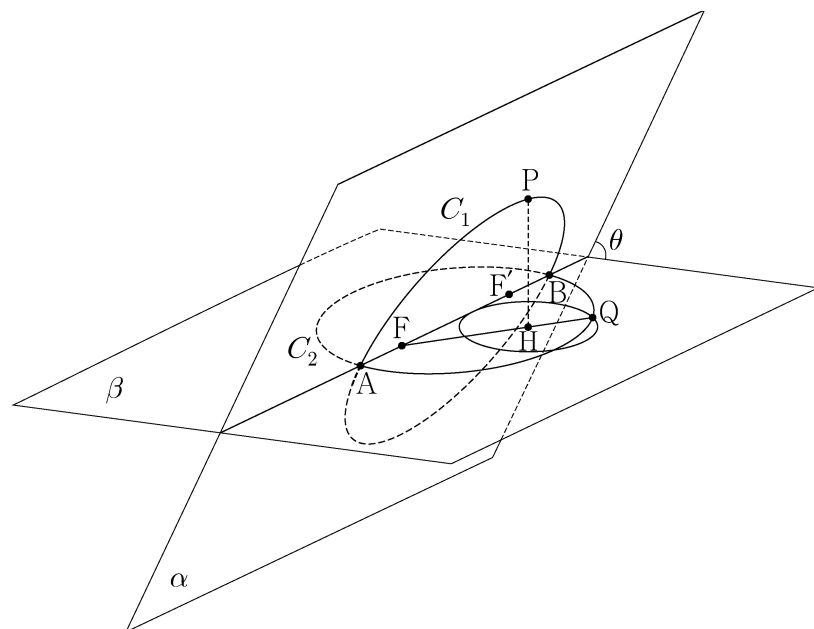
삼각형 A'B'P의 평면 ABP 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{9}{2}$ 일 때, 선분 PM의 길이는? [3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

27. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 직선 BF와 포물선이 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{BC} = \overline{CD}$ 일 때, 삼각형 ABD의 넓이는? (단, $\overline{CF} < \overline{DF}$ 이고, 점 A는 원점이 아니다.) [3점]

- ① $100\sqrt{2}$ ② $104\sqrt{2}$ ③ $108\sqrt{2}$
 ④ $112\sqrt{2}$ ⑤ $116\sqrt{2}$

28. 그림과 같이 서로 다른 두 평면 α, β 의 교선 위에 $\overline{AB} = 18$ 인 두 점 A, B가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1 이 평면 α 위에 있고, 선분 AB를 장축으로 하고 두 점 F, F'을 초점으로 하는 타원 C_2 가 평면 β 위에 있다. 원 C_1 위의 한 점 P에서 평면 β 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{HF'} < \overline{HF}$ 이고 $\angle HFF' = \frac{\pi}{6}$ 이다. 직선 HF와 타원 C_2 가 만나는 점 중 점 H와 가까운 점을 Q라 하면, $\overline{FH} < \overline{FQ}$ 이다. 점 H를 중심으로 하고 점 Q를 지나는 평면 β 위의 원은 반지름의 길이가 4이고 직선 AB에 접한다. 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, 점 P는 평면 β 위에 있지 않다.) [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{66}}{33}$ ② $\frac{4\sqrt{69}}{69}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{78}}{39}$

단답형

29. 양수 c 에 대하여 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하고, 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위에 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 두 점 P , Q 가 존재하도록 하는 모든 c 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 점 P 는 제1사분면 위에 있고,
점 Q 는 직선 PF' 위에 있다.
(나) 삼각형 $PF'F$ 는 이등변삼각형이다.
(다) 삼각형 PQF 의 둘레의 길이는 28이다.

30. 좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC 가 있다.

선분 AB 를 1:3으로 내분하는 점을 D , 선분 BC 를 1:3으로 내분하는 점을 E , 선분 CA 를 1:3으로 내분하는 점을 F 라 하자. 네 점 P , Q , R , X 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{DP}| = |\overrightarrow{EQ}| = |\overrightarrow{FR}| = 1$

(나) $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{QC} + \overrightarrow{RA}$

$|\overrightarrow{AX}|$ 의 값이 최대일 때, 삼각형 PQR 의 넓이를 S 라 하자.
 $16S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.