

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 + 2xy - 2y^2, \quad B = x^2 + 3xy + 2y^2$$

에 대하여  $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $x^2 + 4xy + y^2$     ②  $x^2 + 5xy$     ③  $2x^2 + 5xy - y^2$   
 ④  $2x^2 + 5xy$     ⑤  $2x^2 + 6xy$

2.  $(1+i) + (3-4i)$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $3-3i$     ②  $3+3i$     ③  $4-3i$     ④  $4+3i$     ⑤  $4-4i$

3.  ${}^5C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

4. 수직선 위의 두 점  $A(-3)$ ,  $B(5)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는? [3점]

- ① -1    ②  $-\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

5. 일차함수  $f(x)=2x+k$ 의 역함수  $f^{-1}(x)$ 에 대하여  $f^{-1}(7)=2$ 일 때,  $f(k)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]
- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

7.  $a-b=2$ ,  $a^3-b^3=32$ 일 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① -5      ② -2      ③ 1      ④ 4      ⑤ 7

6. 이차함수  $y=x^2-2ax+a+1$ 의 그래프가 직선  $y=-2x$ 에 접할 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

8. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0 \\ x^2 - 25 < 0 \end{cases}$$

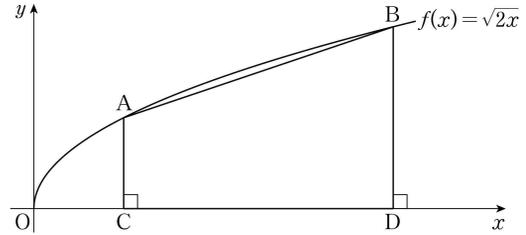
을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

9. 직선  $y = ax + 4$ 를  $x$ 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 후,  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원  $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

10. 그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = \sqrt{2x}$ 의 그래프 위의 두 점  $A(k, f(k))$ ,  $B(4k, f(4k))$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $C$ ,  $D$ 라 하자. 사각형  $ACDB$ 의 넓이가 18일 때,  $\overline{AB}$ 의 값은? [3점]



- ①  $\sqrt{35}$       ②  $2\sqrt{10}$       ③  $3\sqrt{5}$       ④  $5\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{55}$

11. 실수가 아닌 복소수  $z$ 에 대하여  $z^2 + 4\bar{z} = 0$ 일 때,  $z\bar{z}$ 의 값은?  
(단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

12. 좌표평면 위에 원  $C: x^2 + y^2 - 4y = 0$ 이 있다. 두 점  $A(2, -2)$ ,  $B(5, 1)$ 과 원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PAB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 점  $P$ 의  $x$ 좌표는? [3점]

- ①  $-\sqrt{3}$     ②  $-\sqrt{2}$     ③  $-1$     ④  $0$     ⑤  $1$

13. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ 4x^2 - y^2 = 45 \end{cases}$$

의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?  
(단,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ) [3점]

- ①  $\sqrt{3}$     ②  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$     ③  $2\sqrt{3}$     ④  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$     ⑤  $3\sqrt{3}$

14.  $1 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $f(x) = \frac{4x-k}{x-4}$ 의 최댓값이 2가 되도록

하는 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 10    ② 14    ③ 18    ④ 22    ⑤ 26

15. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p: (x-a)(x+2a) > 0,$$

$$q: |x-1| \leq 5$$

가 있다.  $q$ 가  $\sim p$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

16. 어느 청소년 센터에서는 서로 다른 3개의 체육 동아리와 서로 다른 2개의 음악 동아리를 운영한다. 두 청소년 A와 B가 이 5개의 동아리 중에서 다음 조건을 만족시키도록 동아리를 선택하는 경우의 수는? [4점]

(가) A와 B는 각자 1개 이상의 체육 동아리와 1개 이상의 음악 동아리를 포함한 서로 다른 3개의 동아리를 선택한다.

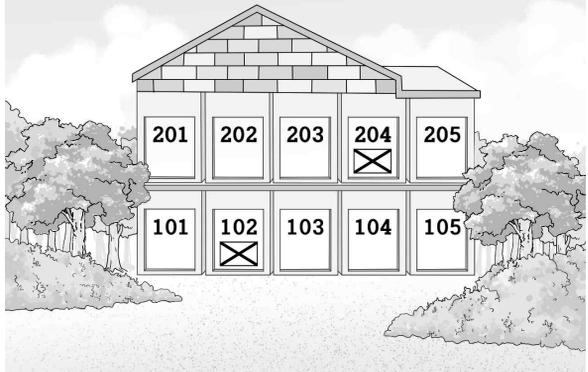
(나) A는 선택하고 B는 선택하지 않은 동아리의 개수는 적어도 1이다.

- ① 56      ② 60      ③ 64      ④ 68      ⑤ 72

17. 이차함수  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ 가 있다. 실수  $k$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x)f(x-k) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(k)$ 라 하자.  $g(k-7) + g(k+1) = 6$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

18. 어느 숙소에는 그림과 같이 객실 번호가 적힌 10개의 객실이 있다.



관광객 A, B, C를 포함한 5명의 관광객이 다음 규칙에 따라 10개의 객실 중에서 각자 서로 다른 한 객실에 숙박하는 경우의 수는? [4점]

- (가) 5명의 관광객 중 어느 관광객도 객실 번호가 102, 204인 객실에는 숙박하지 않는다.
- (나) A와 B가 숙박하는 객실 번호의 차는 1 또는 100이다.
- (다) A와 C가 숙박하는 객실 번호의 차는 4보다 크고 100이 아니다.

- ① 800      ② 840      ③ 880      ④ 920      ⑤ 960

19. 최고차항의 계수가 1인 서로 다른 두 삼차다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 서로 다른 두 이차다항식  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식  $f(x)+g(x)$ 는 세 다항식  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ ,  $x^2-5x+6$ 으로 각각 나누어떨어진다.  
 (나) 두 다항식  $P_1(x)$ ,  $P_2(x)$ 는 각각 다항식  $f(x)-g(x)$ 로 나누어떨어진다.

$f(1)=g(1)$ 이고  $f(2)=1$ 일 때,  $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

20. 전체집합  $U=\{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $A$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 명제 ‘모든  $x \in U$ 에 대하여  $\{x, x^2+1\} \subset A$ 이다.’는 거짓이다.  
 (나) 자연수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가  
 $p: x$ 는  $\frac{1}{2}x \in A$ 인 20 이하의 자연수이다.  
 $q: x$ 는  $x \in A$ 인 20 이하의 짝수이다.  
 일 때,  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

$1 \notin A$ 일 때, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합의 최솟값은? [4점]

- ① 50      ② 53      ③ 56      ④ 59      ⑤ 62

21. 두 실수  $a, b (b > 0)$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq 0) \\ -x^2 + ax - b & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(2) = p + q\sqrt{2}$  이다.  $p - q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 유리수이다.) [4점]

- (가)  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수  $t$ 의 개수는 1이다.  
 (나) 모든 정수  $k$ 에 대하여  $f(k)f(k+1) \geq 0$ 이다.

- ① -1      ② 3      ③ 7      ④ 11      ⑤ 15

단답형

22. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 5, 9\}$$

에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 두 함수  $f(x) = x + 3, g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $(g \circ f)(9)$ 의 값을 구하시오. [3점]

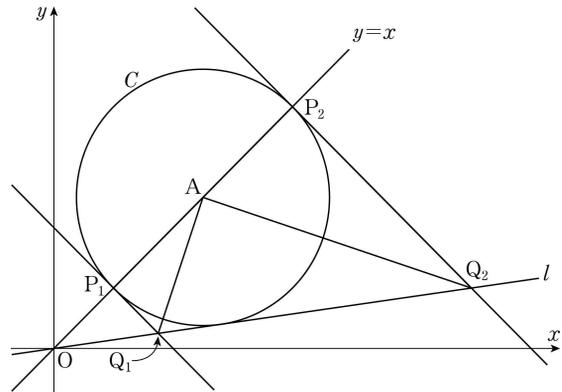
24. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 이차방정식  $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이  $2+3i$ 일 때,  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

26. 좌표평면 위의 원점  $O$ 와 점  $A(1, 2)$ 에 대하여 선분  $OA$ 를 2:1로 외분하는 점을  $P$ , 점  $B(5, 5)$ 에 대하여 선분  $AB$  위의 한 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ}^2$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 무리함수  $y = \sqrt{2(x-1)} + a$ 의 역함수의 그래프가 두 점  $(5, 1)$ ,  $(b, 3)$ 을 지날 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

27. 두 정수  $a, b$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $x^3+ax^2+bx-3a=0$ 은  $a$ 를 포함한 서로 다른 세 정수근으로 갖고,  $x$ 에 대한 방정식  $x^3+bx^2-2ax-2ab=0$ 은 정수인 근을 오직 하나만 갖는다.  $a-b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 직선  $y=x$  위의 점  $A$ 를 중심으로 하고  $x$ 축과 만나지 않는 원  $C$ 에 대하여 원점  $O$ 를 지나고 원  $C$ 에 접하는 두 직선 중 기울기가 작은 직선을  $l:y=mx$ 라 하자. 원  $C$ 와 직선  $y=x$ 의 교점 중  $x$ 좌표가 작은 것을  $P_1$ ,  $x$ 좌표가 큰 것을  $P_2$ 라 하면  $\overline{OP_1}=2$ 이다. 원  $C$  위의 점  $P_1$ 에서의 접선과 직선  $l$ 의 교점을  $Q_1$ , 원  $C$  위의 점  $P_2$ 에서의 접선과 직선  $l$ 의 교점을  $Q_2$ 라 하면 삼각형  $AQ_2P_2$ 의 넓이는 삼각형  $AP_1Q_1$ 의 넓이의 4배이다.  $m = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $A$ 는 제1사분면 위의 점이고,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합  $P = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $n(X - P) \times n(X \cup P^C) = 11$
- (나) 집합  $X$ 의 모든 원소의 곱이  $M$ 일 때,  $M$ 의 양의 약수의 개수는 16이다.

30. 실수  $a (a \neq 0)$ 와 2보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $\{x \mid x \neq 2 \text{인 실수}\}$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax - an}{x - 2} - n & (x < 2 \text{ 또는 } 2 < x < n) \\ -a\sqrt{x - n} - n & (x \geq n) \end{cases}$$

이라 하자. 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $|f(x)| = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가)  $g(t) = 2$ 를 만족시키는 실수  $t$ 의 최솟값은 0, 최댓값은  $\frac{3}{2}n$ 이다.
- (나)  $g(|f(5)|) \times g(n) = 6$

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.