

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

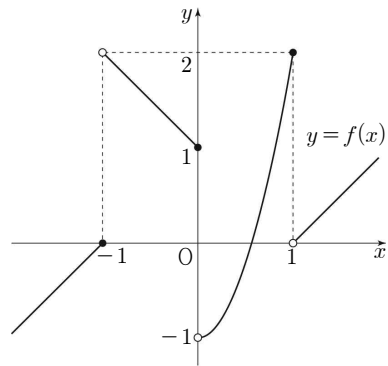
3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \tan\theta + \cos\theta = 3$ 일 때,
 $\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
 (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

4

수학 영역

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

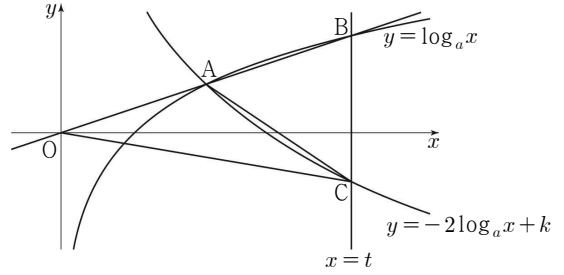
$$x = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수 k 에 대하여 시각 $t = k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시각 $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1), k, t$ 에 대하여

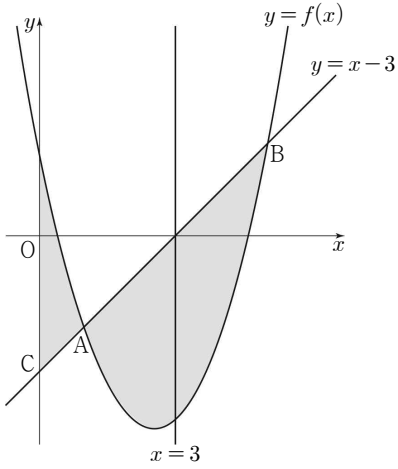
두 곡선 $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고 두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은? (단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인 두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
(단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.) [4점]

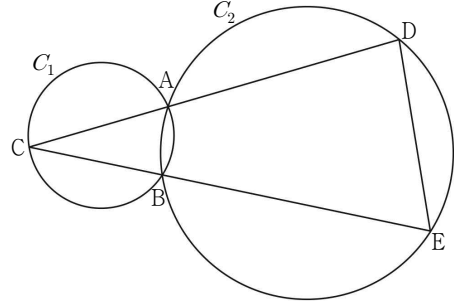
- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의 두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가 각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x) - x\}\{g(x) - f(x)\} = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

(나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다.

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x)dx = \int_0^a (x^2 + x)dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3\cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때, $60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(기하)

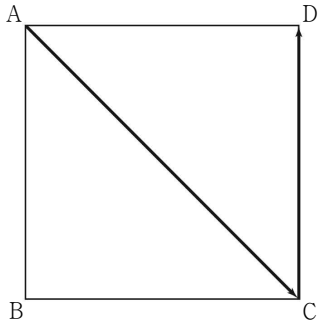
제 2 교시

1

5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD에서

$\left| \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} \right|$ 의 값은? [2점]



- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$

24. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 장축의 길이가 단축의 길이의 2배가

되도록 하는 모든 양수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

25. 양수 p 에 대하여 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 $\left(\frac{1}{p}, 2\right)$ 에서의 접선이 포물선의 준선과 만나는 점의 y 좌표가 $-\frac{5}{4}$ 일 때, p 의 값은?
[3점]

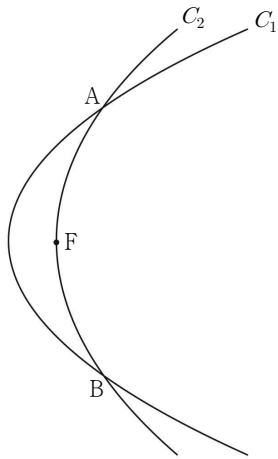
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

26. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 에 대하여 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선의 두 점근선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 삼각형 $F'PQ$ 의 넓이는? [3점]

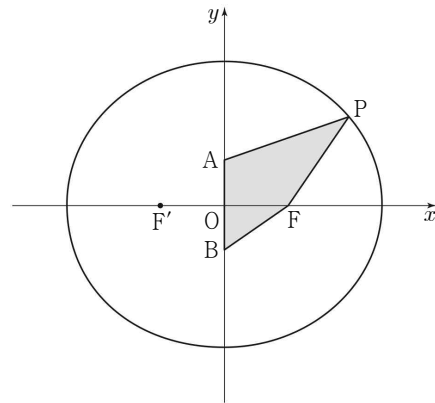
- ① $5\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

27. 포물선 C_1 의 초점 F에 대하여 점 F를 꼭짓점으로 하는 포물선 C_2 가 있다. 두 포물선 C_1, C_2 는 준선이 서로 일치하고 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AF} = 6$ 일 때, 삼각형 AFB의 넓이는?
[3점]

- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$



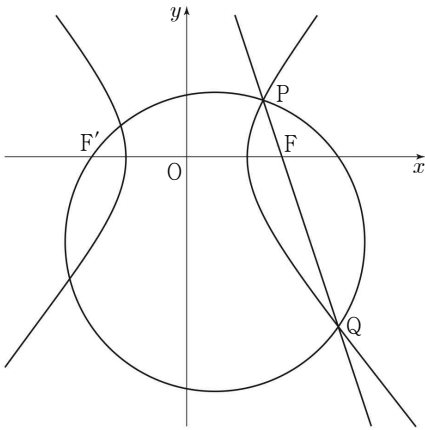
28. 그림과 같이 두 초점이 $F(1, 0), F'(-1, 0)$ 이고 단축의 길이가 $2\sqrt{5}$ 인 타원과 y 축 위의 점 A가 있다. 점 A를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 제1사분면에서 이 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 네 선분 AB, BF, FP, PA로 둘러싸인 도형의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 $P_0(a, b)$ 라 하자.
 $\overline{BF} + \overline{FP_0} + \overline{P_0A} = 2\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?
(단, 점 A의 y 좌표는 양수이고, $\overline{AB} < 2\sqrt{5}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{11\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{8}$ ④ $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{8}$

단답형

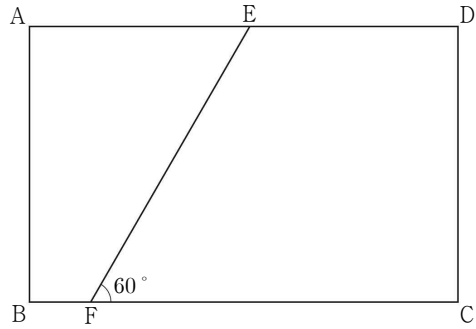
29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와 이 쌍곡선 위의 제4사분면에 있는 점 Q에 대하여 직선 PQ가 점 F를 지나고 $\overline{OF} = \overline{OP}$ 이다. 세 점 P, F', Q를 지나는 원의 넓이가 25π 이고 $\overline{F'Q} : \overline{FQ} = 5 : 3$ 일 때, $c^2 \times \overline{PF}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



30. 그림과 같이 $\overline{AD} = 8\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 두 점 E, F가 점 E는 선분 AD 위를, 점 F는 선분 BC 위를 $\angle CFE = 60^\circ$ 를 만족시키며 움직인다. 선분 EF를 1:2로 내분하는 점을 G라 할 때, 점 G가 다음 조건을 만족시킨다.

$|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M : m = \sqrt{13} : 1$ 이다.

$|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}|$ 의 값이 최대일 때의 점 G를 G_1 , 최소일 때의 점 G를 G_2 라 하자. 삼각형 BG_1G_2 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB} \leq 18$) [4점]



※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.