2026학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가
수학영역 정답 및 풀이

■ [공통: 수학Ⅰ·수학Ⅱ]

01. ④	02. ④	03. ⑤	04. ①	05. ②
06. ⑤	07. ①	08. ③	09. ②	10. ③
11. ⑤	12. ①	13. ④	14. ③	15. ⑤
16. 8	17. 17	18. 30	19. 10	
20. 12	21. 296	22. 73		

1. **출제의도** : 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$5^{\sqrt{2}+1}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$

$=5^{\sqrt{2}+1}\times 5^{-\sqrt{2}}$

$=5^{(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}}$

$=5^1$

$=5$

정답 ④

2. **출제의도** : 미분계수의 정의를 이용하여 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=2x-4$에서

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}=f'(4)$$
$$=2\times4-4$$
$$=4$$

정답 ④

3. **출제의도** : 시그마의 정의를 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\sum_{k=1}^{6}(2a_k-1)=2\sum_{k=1}^{6}a_k-\sum_{k=1}^{6}1$$
$$=2\sum_{k=1}^{6}a_k-6=30$$

에서 $2\displaystyle\sum_{k=1}^{6}a_k=36$

따라서 $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}a_k=18$

정답 ⑤

4. **출제의도** : 그래프를 이용하여 함수의 좌극한과 우극한을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\displaystyle\lim_{x\to 0-}f(x)=-1,\ \lim_{x\to 1+}f(x)=2$

이므로

$\displaystyle\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 1+}f(x)=(-1)+2=1$

정답 ①

5. **출제의도** : 곱의 미분법을 이용하여 함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=2x(x^2+x-3)+(x^2+2)(2x+1)$

이므로

$f'(1)=2\times(-1)+3\times3$

$=7$

정답 ②

6. 출제의도 : 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\cos(\theta-\pi)=\frac{3}{5}$에서

$\cos(\theta-\pi)=\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

이므로

$-\cos\theta=\frac{3}{5}$, 즉 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$

$\cos\theta<0$이고 조건에서 $\tan\theta<0$이므로 θ는 제2사분면의 각이다.

이때 $\sin\theta>0$이다.

따라서

$$\begin{aligned}\sin\theta&=\sqrt{1-\cos^2\theta}\\&=\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}\\&=\sqrt{\frac{16}{25}}\\&=\frac{4}{5}\end{aligned}$$

정답 ⑤

7. 출제의도 : 도함수를 활용하여 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=x^3-5x^2+6x$라 하면

$f'(x)=3x^2-10x+6$이므로

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3,0)$에서의 접선의 기울기는

$f'(3)=3\times3^2-10\times3+6=3$

그러므로 접선의 방정식은

$y-0=3(x-3)$, $y=3x-9$

이 접선이 점 $(5,a)$를 지나므로

$a=3\times5-9=6$

정답 ①

8. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\log_{\sqrt{2}}a+\log_2 b=2$에서

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{2}}a+\log_2 b&=2\log_2 a+\log_2 b\\&=\log_2 a^2+\log_2 b\\&=\log_2 a^2b\\&=2\end{aligned}$$

이므로

$a^2b=2^2$ ...... ㉠

$\log_2 a+\log_2 b^2=7$에서

$\log_2 a+\log_2 b^2=\log_2 ab^2=7$

이므로

$ab^2=2^7$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 변끼리 곱하면

$a^3b^3=2^2\times2^7=2^{2+7}=2^9$

이고 a, b가 양의 실수이므로

$(ab)^3=(2^3)^3$

에서

$ab=2^3=8$

정답 ③

9. 출제의도 : 도함수의 성질과 부정적분의 정의를 이용하여 함수의 부정적분을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$F(x)$가 $f(x)$의 한 부정적분이므로

$F'(x)=f(x)$

이고, $G(x)$가 $2f(x)+1$의 한 부정적분이므로

$G'(x)=2f(x)+1$

이때

$H(x)=G(x)-2F(x)$

라 하면

$$\begin{aligned}H'(x)&=G'(x)-2F'(x)\\&=2f(x)+1-2f(x)\\&=1\end{aligned}$$

이므로

$H(x)=x+C$ (단, C는 적분상수)

한편, $G(3)=2F(3)$에서

$H(3)=G(3)-2F(3)=0$

이므로

$3+C=0$

즉 $C=-3$이므로

$H(x)=x-3$

따라서

$$\begin{aligned}G(5)-2F(5)&=H(5)\\&=5-3=2\end{aligned}$$

정답 ②

10. **출제의도** : 등비수열의 일반항 및 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 등비수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면

수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 양수이므로

$r>0$이다.

$a_2=1$에서 $a_1r=1$ …… ㉠

$\sum_{k=1}^{6}(-1)^kS_k=21$에서

$-S_1+S_2-S_3+S_4-S_5+S_6=21$

$(-S_1+S_2)+(-S_3+S_4)+(-S_5+S_6)=21$

$a_2+a_4+a_6=21$

$a_2+a_2r^2+a_2r^4=21$

$a_2=1$이므로

$1+r^2+r^4=21$

$r^4+r^2-20=0$

$(r^2+5)(r^2-4)=0$

$(r^2+5)(r+2)(r-2)=0$

$r>0$이므로 $r=2$

㉠에서 $2a_1=1$이므로

$a_1=\frac{1}{2}$

따라서

S_2+S_7

$$=\frac{\frac{1}{2}\times(2^2-1)}{2-1}+\frac{\frac{1}{2}\times(2^7-1)}{2-1}$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{127}{2}=\frac{130}{2}$$

$=65$

정답 ③

11. **출제의도** : 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 움직인 거리를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

ㄱ. $v(t)=3t^2-10t+7$
$\quad=(t-1)(3t-7)$

이므로

$v(t)=0$에서

$t=1$ 또는 $t=\frac{7}{3}$

$0<t<1$일 때, $v(t)>0$이고

$1<t<\frac{7}{3}$일 때, $v(t)<0$이므로

시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다. (참)

ㄴ. 시각 $t(t\geq 0)$일 때 점 P의 위치를 $x(t)$라 하자.

$t=0$일 때 점 P의 위치가 원점이므로

$$x(1)=\int_0^1 v(t)dt$$
$$=\int_0^1 (3t^2-10t+7)dt$$
$$=\left[t^3-5t^2+7t\right]_0^1$$
$$=1-5+7$$
$$=3 \text{ (참)}$$

ㄷ. $0<t<1$일 때, $v(t)>0$이고

$1<t<2$일 때, $v(t)<0$이므로

시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 s라 하면

$$s=\int_0^2 |v(t)|dt$$
$$=\int_0^2 |3t^2-10t+7|dt$$
$$=\int_0^1 (3t^2-10t+7)dt + \int_1^2 \{-(3t^2-10t+7)\}dt$$
$$=\left[t^3-5t^2+7t\right]_0^1-\left[t^3-5t^2+7t\right]_1^2$$
$$=3-\{(8-20+14)-3\}$$
$$=4 \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

정답 ⑤

12. 출제의도 : 지수함수의 그래프를 이해하고 주어진 삼각형의 넓이를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 점 A, B의 좌표는 각각

$A(t,\ a^t)$, $B(2t,\ a^{2t})$

이고 점 C의 좌표는 $C(2t,\ 0)$이다.

또한 삼각형 ACB는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발 H는 선분 BC의 중점이다.

이때 $H(2t,\ a^t)$이므로

$2a^t=a^{2t}$

$a^t=2$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 삼각형 ACB의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times(2t-t)\times a^{2t}=8$

$t\times(a^t)^2=16$

㉠에서 $a^t=2$이므로

$t\times 2^2=16$

$t=4$

즉 $a^4=2$ 이고 $a>1$이므로

$a=2^{\frac{1}{4}}$

따라서

$a\times t=2^{\frac{1}{4}}\times 4=2^{\frac{1}{4}+2}=2^{\frac{9}{4}}$

정답 ①

13. 출제의도 : 함수의 극한값이 존재하도록 하는 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=x^2+6x+12=(x+3)^2+3>0$

모든 실수 a에 대하여

$\lim_{x\to a}\dfrac{x^2}{(f(x))^2-k(x+2)f(x)}$의 값이 존재하는 경우를 다음 두 가지 경우로 나누어 조사하자.

(ⅰ) 모든 실수 a에 대하여

$\lim_{x\to a}\{(f(x))^2-k(x+2)f(x)\}\neq 0$인 경우

$\lim_{x\to a}\{(f(x))^2-k(x+2)f(x)\}$

$=(f(a))^2-k(a+2)f(a)$

$=f(a)\{f(a)-k(a+2)\}$에서

$f(a)>0$이므로

$f(a)\neq k(a+2)$

x에 대한 방정식 $f(x)=k(x+2)$의 실근이 존재하지 않아야 하므로 이차방정식

$x^2+6x+12=kx+2k$

즉, $x^2+(6-k)x+12-2k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(6-k)^2-4(12-2k)<0$

이어야 한다.

$k^2-4k-12<0$

$(k+2)(k-6)<0$

$-2<k<6$

(ⅱ) $\lim_{x\to a}\{(f(x))^2-k(x+2)f(x)\}=0$인 실수 a가 존재하는 경우

$\lim_{x\to a}x^2=0$이어야 하므로

$a^2=0$, $a=0$

$\lim_{x\to 0}\{(f(x))^2-k(x+2)f(x)\}$

$=(f(0))^2-2kf(0)$

$=f(0)(f(0)-2k)=0$

$f(0)>0$이므로 $f(0)=2k$

즉, $12=2k$에서

$k=6$

이때,

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{(f(x))^2-6(x+2)f(x)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{f(x)(f(x)-6x-12)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{(x^2+6x+12)x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2+6x+12}=\frac{1}{12}$$

이므로 조건을 만족시킨다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-2<k\leq 6$이므로

조건을 만족시키는 모든 정수 k는

-1, 0, 1, $\cdots$, 6이고 그 개수는 8이다.

정답 ④

14. 출제의도 : 삼각함수의 주기와 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각형의 넓이 조건을 만족시키는 상수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

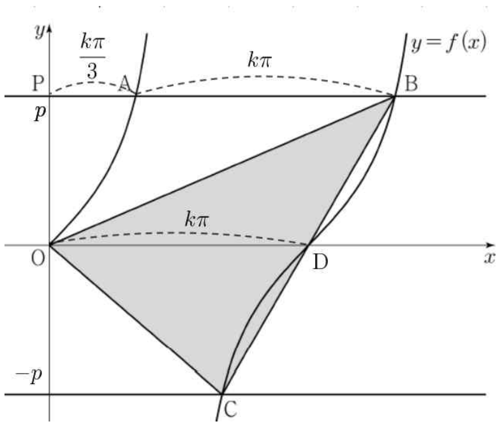
함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 D라 하자.

함수 $y=\tan\dfrac{x}{k}$의 주기가 $\dfrac{\pi}{\frac{1}{k}}=k\pi$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OD}}=k\pi$

$\overline{\mathrm{AB}}=3\overline{\mathrm{PA}}$이므로

$\overline{\mathrm{PA}}=\dfrac{1}{3}\times\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{k\pi}{3}$



점 A의 좌표가 $\left(\frac{k\pi}{3}, p\right)$이고 점 A가

함수 $f(x)=\tan\frac{x}{k}$의 그래프 위의

점이므로

$p=\tan\left(\frac{1}{k}\times\frac{k\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

삼각형 OCB의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$이고

(삼각형 OCB의 넓이)

=(삼각형 ODB의 넓이)

+(삼각형 OCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\overline{\text{OD}}\times p+\frac{1}{2}\times\overline{\text{OD}}\times p$

$=2\times\frac{1}{2}\times k\pi\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}\,k\pi$

이므로

$\sqrt{3}\,k\pi=\frac{5\pi}{3}$

$k=\frac{5}{3\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$

따라서

$k+p=\frac{5\sqrt{3}}{9}+\sqrt{3}$

$=\frac{14\sqrt{3}}{9}$

정답 ③

15. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$를 정한 후 $f(8)$의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$g(x)=\int_0^x(|f(t)|-|t|)dt$에서

$g'(x)=|f(x)|-|x|$

이때 조건 (나)에서 $g'(2)=0$, $g'(6)=0$

이므로

$|f(2)|=2$, $|f(6)|=6$

즉,

$f(2)=-2$ 또는 $f(2)=2$ 이고

$f(6)=-6$ 또는 $f(6)=6$

또한 주어진 조건에서 $f(0)=0$이다.

그리고 조건 (가)에 의하여 방정식

$f(x)=x$ 또는 $f(x)=-x$

의 서로 다른 실근의 개수가 4이다.

(i) $f(0)=0$, $f(2)=2$, $f(6)=6$일 때

방정식 $f(x)=x$가 $x=0$, $x=2$, $x=6$의 세 실근을 가지므로

$f(x)-x=kx(x-2)(x-6)$

$f(x)=kx(x-2)(x-6)+x$

(k는 양의 상수)

라 하자.

이때 방정식 $f(x)=-x$가 0이 아닌 한 실근을 가져야 조건 (가)를 만족시키므로

$kx(x-2)(x-6)+x=-x$

$x\{k(x-2)(x-6)+2\}=0$

$x(kx^2-8kx+12k+2)=0$

에서 x에 대한 이차방정식

$kx^2-8kx+12k+2=0$이 중근을 가져야 한다.

따라서 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=(-4k)^2-k(12k+2)$$
$$=4k^2-2k$$
$$=2k(2k-1)$$
$$=0$$

에서 $k>0$이므로 $k=\frac{1}{2}$

$kx^2-8kx+12k+2=0$에서

$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0$, $x^2-8x+16=0$

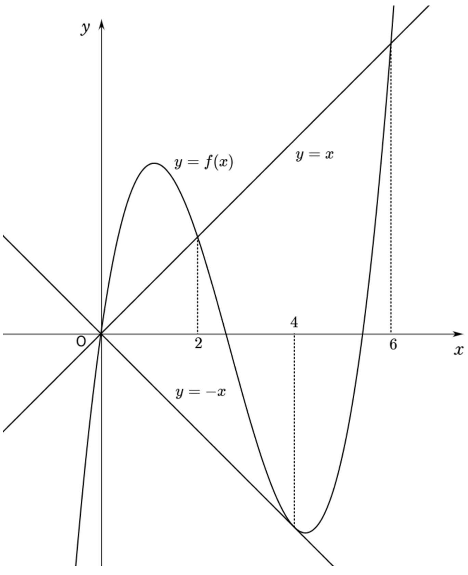
$(x-4)^2=0$, $x=4$

따라서 함수

$f(x)=\frac{1}{2}x(x-2)(x-6)+x$

의 그래프는 그림과 같고

$g(2)=\int_0^2(|f(t)|-|t|)dt>0$



이때 $f(6)\times g(2)<0$에서 $g(2)<0$이므로 모순이다.

(ⅱ) $f(0)=0$, $f(2)=2$, $f(6)=-6$일 때

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 $f(6)=-6$이므로

$x>6$일 때 직선 $y=x$와 반드시 교점을 갖는다.

따라서 조건 (가)를 만족시키기 위해서는 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=-x$가 $x=6$에서 접해야 한다.

그러나 조건 (나)에서 함수 $g(x)$가 $x=6$에서 극값을 가지므로 모순이다.

(ⅲ) $f(0)=0$, $f(2)=-2$, $f(6)=-6$일 때

방정식 $f(x)=-x$ 에서 $x=0$, $x=2$, $x=6$의 세 실근을 가지므로

$f(x)+x=kx(x-2)(x-6)$

$f(x)=kx(x-2)(x-6)-x$

(k는 양의 상수)

라 하자.

이때 $f(x)=x$가 0이 아닌 한 실근을 가져야 조건 (가)를 만족시키므로

$kx(x-2)(x-6)-x=x$

$x\{k(x-2)(x-6)-2\}=0$

$x(kx^2-8kx+12k-2)=0$

에서 x에 대한 이차방정식

$kx^2-8kx+12k-2=0$이 중근을 가져야 한다.

따라서 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=(-4k)^2-k(12k-2)$$
$$=4k^2+2k$$
$$=2k(2k+1)$$
$$=0$$

에서

$k=0$ 또는 $k=-\frac{1}{2}$

그런데 $k>0$이므로 모순이다.

(ⅳ) $f(0)=0$, $f(2)=-2$, $f(6)=6$일 때

$f(x)=kx^3+px^2+qx$ (k는 양의 상수, p, q는 상수)라 하자.

이때

$f(2)=8k+4p+2q=-2 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$f(6)=216k+36p+6q=6 \quad \cdots\cdots$ ㉡

이므로 $2<x<6$에서 $f(x)=0$을 만족시키는 x의 값이 반드시 존재한다.

이때, $f(6)\times g(2)<0$ 에서

$g(2)<0$이어야 하고, 조건 (나)에서 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극값을 가지므로 $2<x<6$에서 방정식 $|f(x)|=x$를 만족시키는 x의 값이 반드시 존재한다.

즉, $x<0$에서 방정식 $f(x)=-x$는 근을 갖지 않아야 조건 (가)를 만족시키므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=x$와 $x=0$에서 접해야 한다.

이때 $f'(x)=3kx^2+2px+q$이므로

$f'(0)=q=1$

㉠, ㉡에 대입하면

$k=\dfrac{1}{4}$, $p=-\dfrac{3}{2}$

이므로

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+x$$

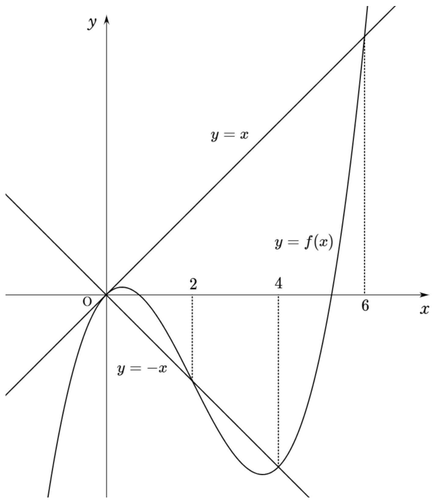
이상에서 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^3-\dfrac{3}{2}x^2+x$이므로

$$f(8)=\frac{1}{4}\times 8^3-\frac{3}{2}\times 8^2+8=40$$

정답 ⑤

[참고]

주어진 조건을 만족시키는 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



16. 출제의도 : 귀납적으로 정의된 수열에서 a_3의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$a_1=1$이고 $a_{n+1}=na_n+2$이므로

$a_2=1\times a_1+2=3$

따라서

$a_3=2\times a_2+2=8$

정답 8

17. 출제의도 : 부정적분을 이용하여 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=3x^2+2x+1$이므로

$$\begin{aligned} f(x)&=\int f(x)dx \\ &=\int (3x^2+2x+1)dx \\ &=x^3+x^2+x+C \end{aligned}$$

(단, C는 적분상수)

$f(1)=1+1+1+C=6$에서

$C=3$

따라서

$f(x)=x^3+x^2+x+3$

이므로

$f(2)=8+4+2+3=17$

정답 17

18. **출제의도** : 등차수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_3=6$에서

$a_1+2d=6$ …… ㉠

$2a_5-a_4=15$에서

$2(a_1+4d)-(a_1+3d)=15$

$a_1+5d=15$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면

$3d=9$

$d=3$

㉠에서 $a_1+6=6$이므로

$a_1=0$

따라서

$a_{11}=a_1+10d=0+10\times3=30$

정답 30

19. **출제의도** : 삼차함수의 극댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=2x^3-3ax^2+5a$에서

$f'(x)=6x^2-6ax=6x(x-a)$

이때 함수 $f(x)$는 극솟값을 가지므로

$a\neq0$이다.

(i) $a<0$일 때

함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 가지므로

$f(0)=5a=a$

$a=0$

$a<0$이므로 모순이다.

(ii) $a>0$일 때

함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극솟값을 가지므로

$f(a)=2a^3-3a^3+5a=-a^3+5a=a$

$a^3-4a=0,\ a(a+2)(a-2)=0$

이때 $a>0$이므로

$a=2$

(i), (ii)에서 $f(x)=2x^3-6x^2+10$이고 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 가지므로 구하는 극댓값은

$f(0)=10$

정답 10

20. **출제의도** : 원의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\angle \mathrm{BPC}=\theta$라 할 때,

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}:\overline{\mathrm{BC}}=7:5:\sqrt{14}$이므로

삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos\theta=\dfrac{6}{7}$이다.

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=7:5$에서 $\overline{\mathrm{PB}}=7k$, $\overline{\mathrm{PC}}=5k$,

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{CD}}=1:3$에서 $\overline{\mathrm{AB}}=l$, $\overline{\mathrm{CD}}=3l$이라 하자.

원의 성질에 의하여

삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}:\overline{\mathrm{PA}}$이고,

$\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{CD}}=5k+3l$,

$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{AB}}=7k+l$

이므로 $\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}:\overline{\mathrm{PA}}$에서

$7:5=(5k+3l):(7k+l)$

$5(5k+3l)=7(7k+l)$

$l=\boxed{\ 3\ }\times k$이다.

$\overline{\mathrm{PD}}=5k+3l=14k$이므로

$\overline{\mathrm{PB}}:\overline{\mathrm{PD}}=7k:14k=1:2$

즉, 삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 $1:\boxed{\ 2\ }$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{\boxed{\ 2\ }}\times\overline{\mathrm{AD}}$이다.

$\cos\theta=\dfrac{6}{7}$에서

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$=\sqrt{1-\left(\frac{6}{7}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{13}}{7}$$

한편,

$$\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}$$

$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{13}$$

$$=2\sqrt{13}$$

따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 할 때, 삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여

$$R=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{2\sin\theta}$$

$$=\frac{2\sqrt{13}}{2\times\frac{\sqrt{13}}{7}}$$

$$=\boxed{\ 7\ }$$

따라서 $p=3$, $q=2$, $r=7$이므로

$p+q+r=3+2+7$

$=12$

정답 12

21. 출제의도 : 함수의 극대, 극소를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구하고 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

(단, a, b, c는 상수)

로 놓으면

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

주어진 조건에서 0이 아닌 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2}+x^2-2\le\frac{f(2x)-f(0)}{2x}\le x^4$$

이므로

$$\frac{3x^2+2ax+b}{2}+x^2-2\le\frac{8x^3+4ax^2+2bx}{2x}\le x^4$$

$5x^2+2ax+b-4\le8x^2+4ax+2b\le2x^4$

즉,

$-3x^2-4\le2ax+b\le x^4-4x^2$ …… ㉠

이때

$g(x)=-3x^2-4,\ h(x)=x^4-4x^2$

이라 하면 곡선 $y=g(x)$는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -4)$인 위로 볼록한 포물선이다.

또,

$h'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2)=0$

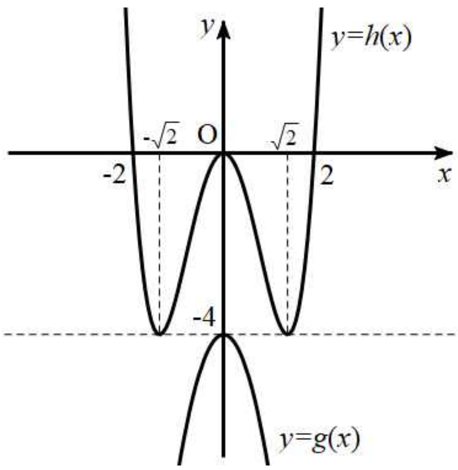
에서

$x=0,\ x=\sqrt{2},\ x=-\sqrt{2}$

이므로 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$

즉, 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프는 다음과 같다.



그러므로 부등식 ㉠을 만족시키려면 직선 $y=2ax+b$가 $y=-4$이어야 한다.

즉, $a=0,\ b=-4$이므로

$f'(x)=3x^2-4$

따라서

$f'(10)=3\times10^2-4=296$

정답 296

22. 출제의도 : 로그함수의 그래프와 로그의 성질을 이용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 점 A, B가 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점이므로 두 점 A, B를

$\mathrm{A}(a,\ \log_2 a),\ \mathrm{B}(b,\ \log_2 b)$

(단, a, b는 양수)

로 놓을 수 있다.

조건 (가)에서

(직선 AP의 y절편)

$-$ (직선 BQ의 y절편)

$=\dfrac{13}{2}$

이므로 $a>b$이다.

점 A에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발이 점 P이므로 직선 AP의 기울기는 -1이다.

이때, 직선 AP의 방정식은

$y-\log_2 a=-(x-a)$

즉, $y=-x+a+\log_2 a$

이므로 직선 AP의 y절편은 $a+\log_2 a$이다.

점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 Q이므로 점 Q의 좌표는 $(\log_2 b,\ b)$이고, 직선 BQ의 기울기는 -1이다.

이때, 직선 BQ의 방정식은

$y-\log_2 b=-(x-b)$

즉, $y=-x+b+\log_2 b$

이므로 직선 BQ의 y절편은 $b+\log_2 b$이다.

조건 (가)에 의하여

$(a+\log_2 a)-(b+\log_2 b)=\dfrac{13}{2}$

이므로

$(a-b)+(\log_2 a-\log_2 b)=\dfrac{13}{2}$ ...... ㉠

한편, 조건 (나)에서 직선 AB의 기울기가 $\dfrac{6}{7}$이므로

$\dfrac{\log_2 a-\log_2 b}{a-b}=\dfrac{6}{7}$

$\log_2 a-\log_2 b=\dfrac{6}{7}(a-b)$ ...... ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$(a-b)+\dfrac{6}{7}(a-b)=\dfrac{13}{2}$

$\dfrac{13}{7}(a-b)=\dfrac{13}{2}$

$a-b=\dfrac{7}{2}$ ...... ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$\log_2 a-\log_2 b=\dfrac{6}{7}\times\dfrac{7}{2}$

$\log_2\dfrac{a}{b}=3$

$\dfrac{a}{b}=2^3$

$a=8b$ ...... ㉣

㉣을 ㉢에 대입하면

$8b-b=\dfrac{7}{2}$

$7b=\dfrac{7}{2}$

$b=\dfrac{1}{2}$

$b=\dfrac{1}{2}$을 ㉣에 대입하면

$a=8\times\dfrac{1}{2}=4$

직선 AP의 방정식은

$y=-x+6$

이고, 직선 AP와 직선 $y=x$의 교점이 점 P이므로

$-x+6=x$에서

$x=3$

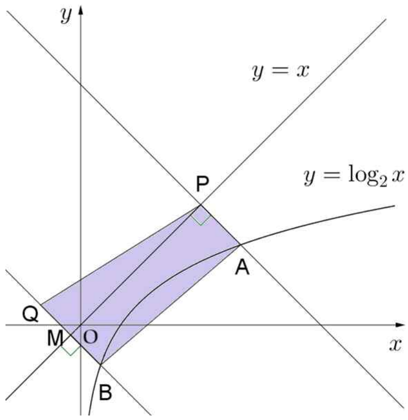
즉 점 P의 좌표는 $(3,\ 3)$

한편, 세 점 A, B, Q는

$\mathrm{A}(4,\ 2)$, $\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{2},\ -1\right)$, $\mathrm{Q}\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$

선분 BQ의 중점을 M이라 하면

$\mathrm{M}\left(-\dfrac{1}{4},\ -\dfrac{1}{4}\right)$이고 $\angle\mathrm{PMB}=90^\circ$이다.



이때

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(3-4)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$,

$\overline{\mathrm{BQ}}=\sqrt{\left(-1-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left\{\dfrac{1}{2}-(-1)\right\}^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$,

$\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{4}-3\right)^2+\left(-\dfrac{1}{4}-3\right)^2}=\dfrac{13\sqrt{2}}{4}$

이므로 사각형 APQB의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BQ}})\times\overline{\mathrm{PM}}$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times\left(\sqrt{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)\times\dfrac{13\sqrt{2}}{4}$

$\quad=\dfrac{65}{8}$

따라서 $p=8$, $q=65$이므로

$p+q=8+65$

$\quad=73$

정답 73

■ **[선택: 미적분]**

23. ① 24. ④ 25. ② 26. ① 27. ①

28. ② 29. 91 30. 31

23. 출제의도 : 지수함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=e^x$ 라 하면

$f'(x)=e^x$

이므로

$$\lim_{x\to1}\frac{e^x-e}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=f'(1)$$

따라서

$f'(1)=e$

정답 ①

24. 출제의도 : 치환적분을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}dx$에서

$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=t$로 놓으면

$\dfrac{dt}{dx}=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$이다.

이때,

$x=\dfrac{\pi}{4}$일 때 $t=0$이고

$x=\dfrac{3\pi}{4}$일 때 $t=1$이므로

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}dx$$
$$=\int_0^1 e^t\,dt=\Big[\ e^t\ \Big]_0^1$$
$$=e^1-e^0=e-1$$

정답 ④

25. 출제의도 : 수열의 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}}=6$에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{\left(\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}\right)\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{(n^4+4n)-(n^4+n)}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$$

이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}=6$$

…… ㉠

(i) $b>-1$일 때,

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$

의 값은 존재하지 않으므로 ㉠을 만족시키지 못한다.

(ii) $b<-1$일 때,

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}=0$

이므로 ㉠을 만족시키지 못한다.

(ⅲ) $b=-1$일 때,

㉠에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{an^{-1}\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{a\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n^2}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{a\left(\sqrt{1+\frac{4}{n^3}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^3}}\right)}{3}$$

$$=\frac{2a}{3}$$

이므로

$$\frac{2a}{3}=6$$

$$a=9$$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서

$a=9$, $b=-1$

따라서

$a+b=9+(-1)=8$

정답 ②

26. 출제의도 : 정적분을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$1=\dfrac{3}{x-1}$ 에서 $x=4$이므로

$A(4,\ 1)$

$3=\dfrac{3}{x-1}$ 에서 $x=2$이므로

$B(2,\ 3)$

직선 AB의 방정식은

$$y-1=\frac{3-1}{2-4}(x-4)$$

$$y=-x+5$$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\int_2^4\left(-x+5-\frac{3}{x-1}\right)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{2}x^2+5x-3\ln|x-1|\right]_2^4$$

$$=(-8+20-3\ln3)-(-2+10-3\ln1)$$

$$=4-3\ln3$$

정답 ①

[다른 풀이]

두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면 사각형 ABDC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(1+3)\times2=4$$

따라서 구하는 넓이는

$$4-\int_2^4\frac{3}{x-1}dx=4-\Big[3\ln|x-1|\Big]_2^4$$

$$=4-3\ln3$$

27. 출제의도 : 역함수의 미분법을 이용하여 함숫값과 미분계수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $f(x^3+x)$의 역함수가 $g(x)$이므로

모든 실수 x에 대하여

$g(f(x^3+x))=x$ …… ㉠

가 성립한다.

$x^3+x=2$에서

$x^3+x-2=0$

$(x-1)(x^2+x+2)=0$ …… ㉡

이때,

$$x^2+x+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$$

이므로 ㉡에서

$x=1$

㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면

$g(f(2))=1$

이고, $f(2)=1$이므로

$g(1)=1$

한편, ㉠의 양변을 x에 대하여 미분하면

$g'\left(f(x^3+x)\right)\times f'(x^3+x)\times(3x^2+1)=1$

위 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$g'(f(2))\times f'(2)\times 4=1$

$f(2)=1$이므로

$4g'(1)\times f'(2)=1$ …… ㉢

$f'(2)=8g'(1)-1$을 ㉢에 대입하면

$4g'(1)(8g'(1)-1)=1$

$32(g'(1))^2-4g'(1)-1=0$

$(4g'(1)-1)(8g'(1)+1)=0$

$g'(1)=\dfrac{1}{4}$ 또는 $g'(1)=-\dfrac{1}{8}$

(i) $g'(1)=\dfrac{1}{4}$일 때,

$f'(2)=8g'(1)-1$

$=8\times\dfrac{1}{4}-1$

$=1>0$

이므로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이라는 조건을 만족시킨다.

(ii) $g'(1)=-\dfrac{1}{8}$일 때,

$f'(2)=8g'(1)-1$

$=8\times\left(-\dfrac{1}{8}\right)-1$

$=-2<0$

이므로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이라는 조건을 만족시키지 못한다.

(i), (ii)에서 $g'(1)=\dfrac{1}{4}$이므로

$g(1)+g'(1)=1+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{4}$

정답 ①

28. 출제의도 : 여러 가지 미분법을 이용하여 미분계수와 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\sin g(\pi)=0$에서 $g(\pi)=n\pi$인 정수 n이 존재한다.

$f'(x)=g'(x)-\sec^2 g(x)\times g'(x)$

$=g'(x)\left(1-\sec^2 g(x)\right)$

$=-g'(x)\tan^2 g(x)$

의 양변에 $x=\pi$를 대입하면

$f'(\pi)=-g'(\pi)\tan^2 g(\pi)=0$

조건 (가)에서 $f''(\pi)=0$이므로

$f(x)=a(x-\pi)^3+b$ (a, b는 상수, $a\neq 0$)

이고

$f(0)=-a\pi^3+b=0$

이므로

$b=a\pi^3$

$f(x)=a(x-\pi)^3+a\pi^3$

그러므로

$f(\pi)=a\pi^3$이고

$f(\pi)=g(\pi)-\tan g(\pi)=n\pi$이므로

$a\pi^3=n\pi$에서

$a=\dfrac{n}{\pi^2}$

이때 모든 실수 x에 대하여 $\tan g(x)$가 정의되기 위해서는 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (k는 정수)이어야 한다. …… ㉠

또 $f'(x)=3a(x-\pi)^2$이므로

$3a(x-\pi)^2=-g'(x)\tan^2 g(x)$ …… ㉡

(i) $a>0$인 경우

x가 π가 아닐 때 $g'(x)<0$이므로

$g(x)$는 감소하고 $n>0$이다.

$x>\pi$일 때, $g(\pi)=n\pi$에서 $g(x)$는

$\frac{3}{2}\pi$로 감소한다.

$n\pi>\frac{3}{2}\pi$이므로 $n>\frac{3}{2}$

$x>\pi$일 때, $\frac{3}{2}\pi<g(x)<n\pi$이므로

㉠에서

$n\pi\le\frac{5}{2}\pi$, $n\le\frac{5}{2}$

즉, $\frac{3}{2}<n\le\frac{5}{2}$ 이므로 $n=2$

(ⅱ) $a<0$인 경우

x가 π가 아닐 때 $g'(x)>0$이므로

$g(x)$는 증가하고 $n<0$이다.

$g(\pi)=n\pi$에서 $g(x)$는 $\frac{3}{2}\pi$로 증가하

는데 ㉠에 의하여 모순이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $n=2$이므로

$a=\frac{2}{\pi^2}$

$f(0)=g(0)-\tan g(0)=0$에서

$\tan g(0)=g(0)$

$$f'(0)=-g'(0)\tan^2 g(0)$$
$$=-g'(0)(g(0))^2$$

따라서

$$g'(0)\times(g(0))^2=-f'(0)$$
$$=-3a\pi^2$$
$$=-3\times\frac{2}{\pi^2}\times\pi^2=-6$$

정답 ②

29. **출제의도** : 등비급수의 수렴조건 및 등비수열의 성질을 이용하여 등비급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 양수이므로

$a_1>0$

이다.

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r(단, r은 유리수)라 하면 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하므로

$-1<r<1$

이다.

조건 (나)에서 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고 공비가 $-1<r<1$이므로 정수인 세 항은 연속해서 나와야 한다.

즉, 세 항 a_m, a_{m+1}, a_{m+2}의 값이 모두 정수인 자연수 m이 존재하고, 이때,

$|a_m|>|a_{m+1}|>|a_{m+2}|$

이다.

0이 아닌 실수 x에 대하여

$a_m=x$, $a_{m+1}=xr$, $a_{m+2}=xr^2$

이라 하면

조건 (나)에 의해

$a_m\times a_{m+1}\times a_{m+2}=216$ …… ㉠

이므로

$x\times xr\times xr^2=216$

이다.

즉, $(xr)^3=216=6^3$이고, xr이 실수이므로

$xr=6$

㉠에서

$a_{m+1}=xr=6$

이므로

$a_m\times 6\times a_{m+2}=216$

$a_m\times a_{m+2}=36$

이때, a_m, a_{m+2}가 모두 정수이므로

$|a_m|=36$, $|a_{m+2}|=1$ 또는

$|a_m|=18$, $|a_{m+2}|=2$ 또는

$|a_m|=12$, $|a_{m+2}|=3$ 또는

$|a_m|=9$, $|a_{m+2}|=4$

(i) $|a_m|=9$, $|a_{m+2}|=4$일 때,

$a_{m+1}=6$

이므로

$$\frac{|a_{m+1}|}{|a_m|}=\frac{|a_{m+2}|}{|a_{m+1}|}=\frac{2}{3}$$

즉, $|r|=\frac{2}{3}$이므로

$r=\frac{2}{3}$ 또는 $r=-\frac{2}{3}$

ⓐ $r=\frac{2}{3}$일 때,

$a_m=9$, $a_{m+1}=6$, $a_{m+2}=4$

이므로 a_1의 최솟값은 9이다.

이때 $a_2=6$이므로

$a_1+a_2=9+6=15>10$

이다.

즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

ⓑ $r=-\frac{2}{3}$일 때,

$a_m=-9$, $a_{m+1}=6$, $a_{m+2}=-4$

이고, $a_1>0$이므로

$a_2=-9$일 때 a_1의 값은 최소이다.

이때

$$a_1=a_2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-9\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{27}{2}$$

이고,

$$a_1+a_2=\frac{27}{2}+(-9)=\frac{9}{2}<10$$

이므로 조건 (가)를 만족시킨다.

(ii) $|a_m|>9$일 때,

$-1<r<1$이고 $a_1>0$이므로

(i)과 같은 방법으로 계산해 보면

$a_1+a_2\geq 10$

임을 알 수 있다.

즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

(i), (ii)에서 $a_1=\frac{27}{2}$, $r=-\frac{2}{3}$

이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{27}{2}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{81}{10}$$

따라서 $p=10$, $q=81$이므로

$p+q=10+81=91$

정답 91

[다른 풀이]

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 양수이므로

$a_1>0$

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r(단, r은 유리수)라 하면 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하므로

$-1<r<1$

이다.

조건 (나)에서 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고 이 세 항의 곱이 216이므로 수열 $\{a_n\}$의 정수인 세 항의 값을

x, y, $z(|x|>|y|>|z|)$

라 하면

$xyz=216$

이다.

이때, $216=2^3\times3^3$이고

$|x|\times|y|\times|z|=216$

이므로

$|x|$의 값의 최솟값은 9이다.

(i) $|x|=9$일 때,

$|y|=6$, $|z|=4$

두 수 $|x|$, $|y|$가 등비수열 $\{a_n\}$의 서로 다른 두 항이므로

$$\frac{|y|}{|x|}=|r|^m$$

을 만족시키는 자연수 m이 존재한다.

$\frac{|y|}{|x|}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로

$|r|^m=\frac{2}{3}$

이고, 공비 r이 유리수이어야 하므로

$m=1$, $|r|=\frac{2}{3}$

이다. 이때,

$\frac{|z|}{|y|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

이므로 세 수 x, y, z는 등비수열 $\{a_n\}$의 연속된 세 항의 값이다.

한편 $|r|=\frac{2}{3}$에서

$r=\frac{2}{3}$ 또는 $r=-\frac{2}{3}$

ⓐ $r=\frac{2}{3}$일 때,

a_1의 최솟값은 9이고

이때 $a_2=6$이므로

$a_1+a_2=9+6=15>10$

이다. 즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

ⓑ $r=-\frac{2}{3}$일 때,

$xyz=216$이고

세 수 x, y, z는 등비수열 $\{a_n\}$의 연속된 세 항의 값이므로

$x<0$, $y>0$, $z<0$

이어야 한다.

즉, $x=-9$, $y=6$, $z=-4$

이때, $a_1>0$이므로 2보다 큰 자연수 k에 대하여 $a_k=9$

이면 $a_1+a_2>10$이다.

즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

$a_2=-9$일 때,

$a_1=a_2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-9\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{27}{2}$

이므로

$a_1+a_2=\frac{27}{2}+(-9)=\frac{9}{2}<10$

이다. 즉, 조건 (가)를 만족시킨다.

(ⅱ) $|x|>9$일 때,

$-1<r<1$이고 $a_1>0$이므로

(ⅰ)과 같은 방법으로 하면

$a_1+a_2\geq 10$이므로 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a_1=\frac{27}{2}$, $r=-\frac{2}{3}$

이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{27}{2}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{81}{10}$$

따라서 $p=10$, $q=81$이므로

$p+q=10+81=91$

30. **출제의도** : 부분적분법을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(1)=4\ln 2=\ln 16$에서

$e^{f(1)}=16$

또

$f(x)=\ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$에서

$e^{f(x)}=\frac{g(x)}{1+xf'(x)}$

$g(x)=e^{f(x)}+xf'(x)e^{f(x)}$

이고

$$\int_1^2 g(x)\,dx$$

$$=\int_1^2 e^{f(x)}\,dx+\int_1^2 xf'(x)e^{f(x)}\,dx$$

$$=\int_1^2 e^{f(x)}\,dx+\left[xe^{f(x)}\right]_1^2-\int_1^2 e^{f(x)}\,dx$$

$$=2e^{f(2)}-e^{f(1)}$$

$$=2e^{f(2)}-16$$

$$=34$$

이므로

$$e^{f(2)}=25$$

따라서

$$\int_1^2 xg(x)\,dx$$

$$=\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx+\int_1^2 x^2f'(x)e^{f(x)}\,dx$$

$$=\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx+\left[x^2e^{f(x)}\right]_1^2-\int_1^2 2xe^{f(x)}\,dx$$

$$=4e^{f(2)}-e^{f(1)}-\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$$

$$=100-16-\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$$

$$=53$$

에서

$$\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx=84-53=31$$

정답 31