2026학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가

수학영역 정답 및 풀이

최근 수정일 : 2025. 9. 08.(월)

■ [공통: 수학 I ·수학 II]

01. ④	02. ④	03. ⑤	04. ①	05. ②
06. ⑤	07. ①	08. ③	09. ②	10. ③
11. ⑤	12. ①	13. ④	14. ③	15. ⑤
16. 8	17. 17	18. 30	19. 10	
20. 12	21. 296	22. 73		

1. **출제의도** : 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$5^{\sqrt{2}+1}\times\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$

$=5^{\sqrt{2}+1}\times 5^{-\sqrt{2}}$

$=5^{(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}}$

$=5^{1}$

$=5$

정답 ④

2. **출제의도** : 미분계수의 정의를 이용하여 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=2x-4$에서

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}=f'(4)$$

$=2\times 4-4$

$=4$

정답 ④

3. **출제의도** : 시그마의 정의를 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\sum_{k=1}^{6}(2a_k-1)=2\sum_{k=1}^{6}a_k-\sum_{k=1}^{6}1$$

$$=2\sum_{k=1}^{6}a_k-6=30$$

에서 $2\sum_{k=1}^{6}a_k=36$

따라서 $\sum_{k=1}^{6}a_k=18$

정답 ⑤

4. **출제의도** : 그래프를 이용하여 함수의 좌극한과 우극한을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\lim_{x\to 0-}f(x)=-1$, $\lim_{x\to 1+}f(x)=2$

이므로

$\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 1+}f(x)=(-1)+2=1$

정답 ①

5. **출제의도** : 곱의 미분법을 이용하여 함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=2x(x^2+x-3)+(x^2+2)(2x+1)$

이므로

$f'(1)=2\times(-1)+3\times 3$

$=7$

정답 ②

6. 출제의도 : 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\cos(\theta-\pi)=\frac{3}{5}$에서

$\cos(\theta-\pi)=\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

이므로

$-\cos\theta=\frac{3}{5}$, 즉 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$

$\cos\theta<0$이고 조건에서 $\tan\theta<0$이므로

θ는 제2사분면의 각이다.

이때 $\sin\theta>0$이다.

따라서

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

정답 ⑤

7. 출제의도 : 도함수를 활용하여 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=x^3-5x^2+6x$라 하면

$f'(x)=3x^2-10x+6$이므로

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 0)$에서의 접선의 기울기는

$f'(3)=3\times3^2-10\times3+6=3$

그러므로 접선의 방정식은

$y-0=3(x-3)$, $y=3x-9$

이 접선이 점 $(5, a)$를 지나므로

$a=3\times5-9=6$

정답 ①

8. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\log_{\sqrt{2}}a+\log_2 b=2$에서

$$\log_{\sqrt{2}}a+\log_2 b=2\log_2 a+\log_2 b=\log_2 a^2+\log_2 b=\log_2 a^2b=2$$

이므로

$a^2b=2^2$ ...... ㉠

$\log_2 a+\log_2 b^2=7$에서

$\log_2 a+\log_2 b^2=\log_2 ab^2=7$

이므로

$ab^2=2^7$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 변끼리 곱하면

$a^3b^3=2^2\times2^7=2^{2+7}=2^9$

이고 a, b가 양의 실수이므로

$(ab)^3=\left(2^3\right)^3$

에서

$ab=2^3=8$

정답 ③

9. 출제의도 : 도함수의 성질과 부정적분의 정의를 이용하여 함수의 부정적분을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$F(x)$가 $f(x)$의 한 부정적분이므로

$F'(x)=f(x)$

이고, $G(x)$가 $2f(x)+1$의 한 부정적분이므로

$G'(x)=2f(x)+1$

이때

$H(x)=G(x)-2F(x)$

라 하면

$$\begin{aligned}H'(x)&=G'(x)-2F'(x)\\&=2f(x)+1-2f(x)\\&=1\end{aligned}$$

이므로

$H(x)=x+C$ (단, C는 적분상수)

한편, $G(3)=2F(3)$에서

$H(3)=G(3)-2F(3)=0$

이므로

$3+C=0$

즉 $C=-3$이므로

$H(x)=x-3$

따라서

$$\begin{aligned}G(5)-2F(5)&=H(5)\\&=5-3=2\end{aligned}$$

정답 ②

10. **출제의도** : 등비수열의 일반항 및 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 등비수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면

수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 양수이므로

$r>0$이다.

$a_2=1$에서 $a_1r=1$ …… ㉠

$\sum_{k=1}^{6}(-1)^k S_k=21$에서

$-S_1+S_2-S_3+S_4-S_5+S_6=21$

$(-S_1+S_2)+(-S_3+S_4)+(-S_5+S_6)=21$

$a_2+a_4+a_6=21$

$a_2+a_2r^2+a_2r^4=21$

$a_2=1$이므로

$1+r^2+r^4=21$

$r^4+r^2-20=0$

$(r^2+5)(r^2-4)=0$

$(r^2+5)(r+2)(r-2)=0$

$r>0$이므로 $r=2$

㉠에서 $2a_1=1$이므로

$a_1=\frac{1}{2}$

따라서

S_2+S_7

$$=\frac{\frac{1}{2}\times(2^2-1)}{2-1}+\frac{\frac{1}{2}\times(2^7-1)}{2-1}$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{127}{2}=\frac{130}{2}$$

$=65$

정답 ③

11. **출제의도** : 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 움직인 거리를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

ㄱ. $v(t)=3t^2-10t+7$

$=(t-1)(3t-7)$

이므로

$v(t)=0$에서

$t=1$ 또는 $t=\frac{7}{3}$

$0<t<1$일 때, $v(t)>0$이고

$1<t<\frac{7}{3}$일 때, $v(t)<0$이므로

시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다. (참)

ㄴ. 시각 $t(t \geq 0)$일 때 점 P의 위치를 $x(t)$라 하자.

$t=0$일 때 점 P의 위치가 원점이므로

$$x(1)=\int_0^1 v(t)dt$$

$$=\int_0^1 (3t^2-10t+7)dt$$

$$=\left[t^3-5t^2+7t\right]_0^1$$

$$=1-5+7$$

$=3$ (참)

ㄷ. $0<t<1$일 때, $v(t)>0$이고

$1<t<2$일 때, $v(t)<0$이므로

시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 s라 하면

$$s=\int_0^2 |v(t)|dt$$

$$=\int_0^2 |3t^2-10t+7|dt$$

$$=\int_0^1 (3t^2-10t+7)dt$$

$$+\int_1^2 \{-(3t^2-10t+7)\}dt$$

$$=\left[t^3-5t^2+7t\right]_0^1-\left[t^3-5t^2+7t\right]_1^2$$

$$=3-\{(8-20+14)-3\}$$

$=4$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

정답 ⑤

12. 출제의도 : 지수함수의 그래프를 이해하고 주어진 삼각형의 넓이를 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 점 A, B의 좌표는 각각

$A(t,\ a^t)$, $B(2t,\ a^{2t})$

이고 점 C의 좌표는 $C(2t,\ 0)$이다.

또한 삼각형 ACB는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발 H는 선분 BC의 중점이다.

이때 $H(2t,\ a^t)$이므로

$2a^t=a^{2t}$

$a^t=2$ ...... ㉠

이때 삼각형 ACB의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times(2t-t)\times a^{2t}=8$

$t\times(a^t)^2=16$

㉠에서 $a^t=2$이므로

$t\times 2^2=16$

$t=4$

즉 $a^4=2$ 이고 $a>1$이므로

$a=2^{\frac{1}{4}}$

따라서

$a\times t=2^{\frac{1}{4}}\times 4=2^{\frac{1}{4}+2}=2^{\frac{9}{4}}$

정답 ①

13. 출제의도 : 함수의 극한값이 존재하도록 하는 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=x^2+6x+12=(x+3)^2+3>0$

모든 실수 a에 대하여

$\lim_{x \to a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$의 값이 존재하는 경우를 다음 두 가지 경우로 나누어 조사하자.

(i) 모든 실수 a에 대하여

$\lim_{x \to a}\{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)\} \neq 0$인 경우

$\lim_{x \to a}\{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)\}$

$= (f(a))^2 - k(a+2)f(a)$

$= f(a)\{f(a) - k(a+2)\}$에서

$f(a) > 0$이므로

$f(a) \neq k(a+2)$

x에 대한 방정식 $f(x) = k(x+2)$의 실근이 존재하지 않아야 하므로 이차방정식

$x^2 + 6x + 12 = kx + 2k$

즉, $x^2 + (6-k)x + 12 - 2k = 0$의 판별식을 D라 하면

$D = (6-k)^2 - 4(12-2k) < 0$

이어야 한다.

$k^2 - 4k - 12 < 0$

$(k+2)(k-6) < 0$

$-2 < k < 6$

(ii) $\lim_{x \to a}\{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)\} = 0$

인 실수 a가 존재하는 경우

$\lim_{x \to a} x^2 = 0$이어야 하므로

$a^2 = 0$, $a = 0$

$\lim_{x \to 0}\{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)\}$

$= (f(0))^2 - 2kf(0)$

$= f(0)(f(0) - 2k) = 0$

$f(0) > 0$이므로 $f(0) = 2k$

즉, $12 = 2k$에서

$k = 6$

이때,

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{(f(x))^2 - 6(x+2)f(x)}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{f(x)(f(x) - 6x - 12)}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{(x^2 + 6x + 12)x^2}$

$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2 + 6x + 12} = \frac{1}{12}$

이므로 조건을 만족시킨다.

(i), (ii)에서 $-2 < k \leq 6$이므로

조건을 만족시키는 모든 정수 k는

-1, 0, 1, $\cdots$, 6이고 그 개수는 8이다.

정답 ④

14. 출제의도 : 삼각함수의 주기와 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각형의 넓이 조건을 만족시키는 상수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

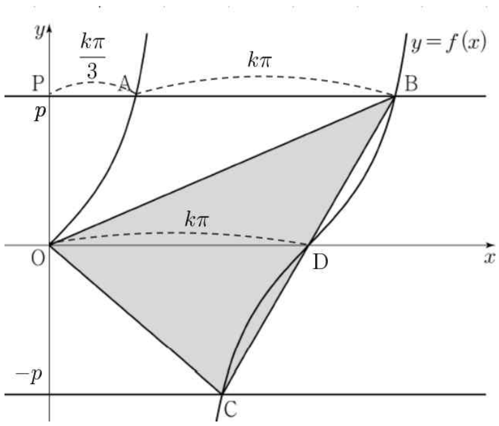
함수 $y = f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 D라 하자.

함수 $y = \tan\frac{x}{k}$의 주기가 $\frac{\pi}{\frac{1}{k}} = k\pi$이므로

$\overline{AB} = \overline{OD} = k\pi$

$\overline{AB} = 3\overline{PA}$이므로

$\overline{PA} = \frac{1}{3} \times \overline{AB} = \frac{k\pi}{3}$



점 A의 좌표가 $\left(\frac{k\pi}{3}, p\right)$이고 점 A가 함수 $f(x)=\tan\frac{x}{k}$의 그래프 위의 점이므로

$$p=\tan\left(\frac{1}{k}\times\frac{k\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$$

삼각형 OCB의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$이고

(삼각형 OCB의 넓이)

=(삼각형 ODB의 넓이)

+(삼각형 OCD의 넓이)

$$=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OD}}\times p+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OD}}\times p$$

$$=2\times\frac{1}{2}\times k\pi\times\sqrt{3}$$

$$=\sqrt{3}\,k\pi$$

이므로

$$\sqrt{3}\,k\pi=\frac{5\pi}{3}$$

$$k=\frac{5}{3\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$$

따라서

$$k+p=\frac{5\sqrt{3}}{9}+\sqrt{3}$$

$$=\frac{14\sqrt{3}}{9}$$

정답 ③

15. 출제의도 : 주어진 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$를 정한 후 $f(8)$의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$g(x)=\int_0^x(|f(t)|-|t|)dt$에서

$g'(x)=|f(x)|-|x|$

이때 조건 (나)에서 $g'(2)=0$, $g'(6)=0$ 이므로

$|f(2)|=2$, $|f(6)|=6$

즉,

$f(2)=-2$ 또는 $f(2)=2$ 이고

$f(6)=-6$ 또는 $f(6)=6$

또한 주어진 조건에서 $f(0)=0$이다.

그리고 조건 (가)에 의하여 방정식

$f(x)=x$ 또는 $f(x)=-x$

의 서로 다른 실근의 개수가 4이다.

(i) $f(0)=0$, $f(2)=2$, $f(6)=6$일 때

방정식 $f(x)=x$가 $x=0$, $x=2$, $x=6$의 세 실근을 가지므로

$f(x)-x=kx(x-2)(x-6)$

$f(x)=kx(x-2)(x-6)+x$

(k는 양의 상수)

라 하자.

이때 방정식 $f(x)=-x$가 0이 아닌 한 실근을 가져야 조건 (가)를 만족시키므로

$kx(x-2)(x-6)+x=-x$

$x\{k(x-2)(x-6)+2\}=0$

$x(kx^2-8kx+12k+2)=0$

에서 x에 대한 이차방정식

$kx^2-8kx+12k+2=0$이 중근을 가져야 한다.

따라서 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=(-4k)^2-k(12k+2)$$
$$=4k^2-2k$$
$$=2k(2k-1)$$
$$=0$$

에서 $k>0$이므로 $k=\frac{1}{2}$

$kx^2-8kx+12k+2=0$에서

$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0$, $x^2-8x+16=0$

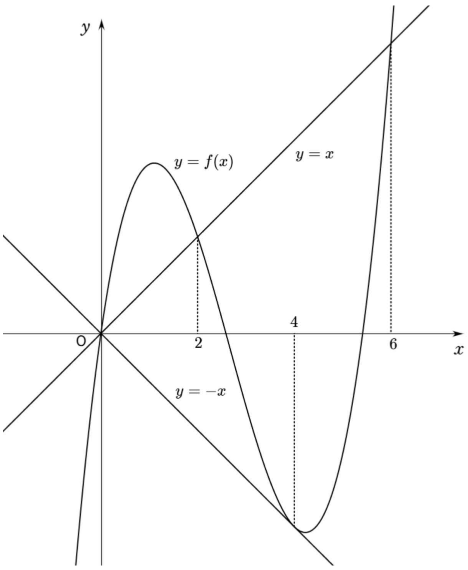
$(x-4)^2=0$, $x=4$

따라서 함수

$f(x)=\frac{1}{2}x(x-2)(x-6)+x$

의 그래프는 그림과 같고

$g(2)=\int_0^2(|f(t)|-|t|)dt>0$



이때 $f(6)\times g(2)<0$에서 $g(2)<0$이므로 모순이다.

(ⅱ) $f(0)=0$, $f(2)=2$, $f(6)=-6$일 때
최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 $f(6)=-6$이므로
$x>6$일 때 직선 $y=x$와 반드시 교점을 갖는다.
따라서 조건 (가)를 만족시키기 위해서는 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=-x$가 $x=6$에서 접해야 한다.
그러나 조건 (나)에서 함수 $g(x)$가 $x=6$에서 극값을 가지므로 모순이다.

(ⅲ) $f(0)=0$, $f(2)=-2$, $f(6)=-6$일 때
방정식 $f(x)=-x$ 에서 $x=0$, $x=2$, $x=6$의 세 실근을 가지므로

$f(x)+x=kx(x-2)(x-6)$

$f(x)=kx(x-2)(x-6)-x$

(k는 양의 상수)

라 하자.
이때 $f(x)=x$가 0이 아닌 한 실근을 가져야 조건 (가)를 만족시킨다.

$kx(x-2)(x-6)-x=x$

$x\{k(x-2)(x-6)-2\}=0$

$x(kx^2-8kx+12k-2)=0$

에서 x에 대한 이차방정식 $kx^2-8kx+12k-2=0$이 0이 아닌 중근을 갖거나 또는 $x=0$의 근과 0이 아닌 다른 한 근을 가져야 한다.
따라서 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=(-4k)^2-k(12k-2)$$
$$=4k^2+2k$$
$$=2k(2k+1)$$
$$=0$$

에서

$k=0$ 또는 $k=-\frac{1}{2}$

그런데 $k>0$이므로 모순이다.

$x=0$의 근을 가지면 $12k-2=0$에서

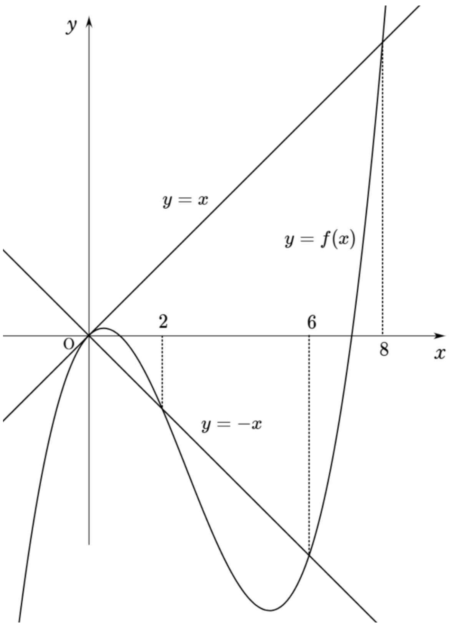
$k=\frac{1}{6}$

따라서 함수

$$f(x)=\frac{1}{6}x(x-2)(x-6)-x$$

의 그래프는 그림과 같고

$$g(2)=\int_0^2(|f(t)|-|t|)dt<0$$



이때 $f(6)\times g(2)<0$에서 $g(2)>0$이므로 모순이다.

(ⅳ) $f(0)=0$, $f(2)=-2$, $f(6)=6$일 때

$f(x)=kx^3+px^2+qx$ (k는 양의 상수, p, q는 상수)라 하자.

이때

$f(2)=8k+4p+2q=-2$ $\cdots\cdots$ ㉠

$f(6)=216k+36p+6q=6$ $\cdots\cdots$ ㉡

이므로 $2<x<6$에서 $f(x)=0$을 만족시키는 x의 값이 반드시 존재한다.

이때, $f(6)\times g(2)<0$ 에서

$g(2)<0$이어야 하고, 조건 (나)에서 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극값을 가지므로 $2<x<6$에서 방정식 $|f(x)|=x$를 만족시키는 x의 값이 반드시 존재한다.

즉, $x<0$에서 방정식 $f(x)=-x$는 근을 갖지 않아야 조건 (가)를 만족시키므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=x$와 $x=0$에서 접해야 한다.

이때 $f'(x)=3kx^2+2px+q$이므로

$f'(0)=q=1$

㉠, ㉡에 대입하면

$$k=\frac{1}{4},\ p=-\frac{3}{2}$$

이므로

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+x$$

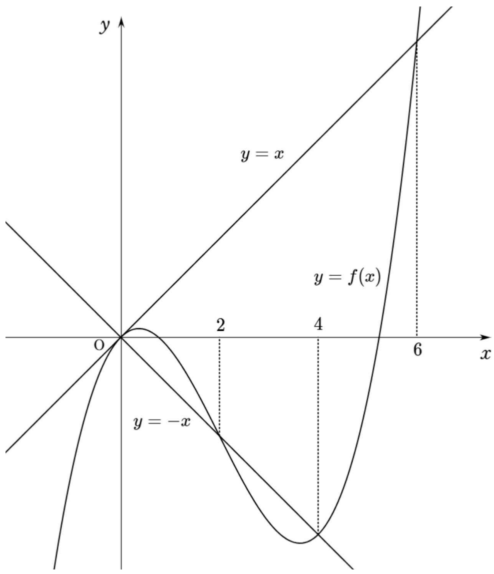
이상에서 $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+x$이므로

$$f(8)=\frac{1}{4}\times 8^3-\frac{3}{2}\times 8^2+8=40$$

정답 ⑤

[참고]

주어진 조건을 만족시키는 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



16. 출제의도 : 귀납적으로 정의된 수열에서 a_3의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$a_1 = 1$이고 $a_{n+1} = na_n + 2$이므로

$a_2 = 1 \times a_1 + 2 = 3$

따라서

$a_3 = 2 \times a_2 + 2 = 8$

정답 8

17. 출제의도 : 부정적분을 이용하여 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$이므로

$$f(x) = \int f(x)dx$$

$$= \int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$$

$$= x^3 + x^2 + x + C$$

(단, C는 적분상수)

$f(1) = 1 + 1 + 1 + C = 6$에서

$C = 3$

따라서

$f(x) = x^3 + x^2 + x + 3$

이므로

$f(2) = 8 + 4 + 2 + 3 = 17$

정답 17

18. 출제의도 : 등차수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_3 = 6$에서

$a_1 + 2d = 6$ …… ㉠

$2a_5 - a_4 = 15$에서

$2(a_1 + 4d) - (a_1 + 3d) = 15$

$a_1 + 5d = 15$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면

$3d = 9$

$d = 3$

㉠에서 $a_1 + 6 = 6$이므로

$a_1 = 0$

따라서

$a_{11} = a_1 + 10d = 0 + 10 \times 3 = 30$

정답 30

19. 출제의도 : 삼차함수의 극댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$에서

$f'(x) = 6x^2 - 6ax = 6x(x - a)$

이때 함수 $f(x)$는 극솟값을 가지므로

$a \neq 0$이다.

(i) $a < 0$일 때

함수 $f(x)$는 $x = 0$에서 극솟값을 가지므로

$f(0) = 5a = a$

$a = 0$

$a < 0$이므로 모순이다.

(ii) $a > 0$일 때

함수 $f(x)$는 $x = a$에서 극솟값을 가지므로

$f(a) = 2a^3 - 3a^3 + 5a = -a^3 + 5a = a$

$a^3 - 4a = 0$, $a(a + 2)(a - 2) = 0$

이때 $a > 0$이므로

$a = 2$

(i), (ii)에서 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10$이고

함수 $f(x)$는 $x = 0$에서 극댓값을 가지므

로 구하는 극댓값은

$f(0)=10$

정답 10

20. 출제의도 : 원의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\angle BPC=\theta$라 할 때,

$\overline{PB}:\overline{PC}:\overline{BC}=7:5:\sqrt{14}$이므로

삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos\theta=\frac{6}{7}$이다.

$\overline{PB}:\overline{PC}=7:5$에서 $\overline{PB}=7k$, $\overline{PC}=5k$,

$\overline{AB}:\overline{CD}=1:3$에서 $\overline{AB}=l$, $\overline{CD}=3l$이라 하자.

원의 성질에 의하여

삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로

$\overline{PB}:\overline{PC}=\overline{PD}:\overline{PA}$이고,

$\overline{PD}=\overline{PC}+\overline{CD}=5k+3l$,

$\overline{PA}=\overline{PB}+\overline{AB}=7k+l$

이므로 $\overline{PB}:\overline{PC}=\overline{PD}:\overline{PA}$에서

$7:5=(5k+3l):(7k+l)$

$5(5k+3l)=7(7k+l)$

$l=\boxed{3}\times k$이다.

$\overline{PD}=5k+3l=14k$이므로

$\overline{PB}:\overline{PD}=7k:14k=1:2$

즉, 삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 $1:\boxed{2}$이므로

$\overline{BC}=\frac{1}{\boxed{2}}\times\overline{AD}$이다.

$\cos\theta=\frac{6}{7}$에서

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{6}{7}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{7}$$

한편,

$$\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{13}=2\sqrt{13}$$

따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 할 때, 삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여

$$R=\frac{\overline{BC}}{2\sin\theta}=\frac{2\sqrt{13}}{2\times\frac{\sqrt{13}}{7}}=\boxed{7}$$

따라서 $p=3$, $q=2$, $r=7$이므로

$$p+q+r=3+2+7=12$$

정답 12

21. 출제의도 : 함수의 극대, 극소를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구하고 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
$f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 이므로

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

(단, a, b, c는 상수)

로 놓으면

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

주어진 조건에서 0이 아닌 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2}+x^2-2\le\frac{f(2x)-f(0)}{2x}\le x^4$$

이므로

$$\frac{3x^2+2ax+b}{2}+x^2-2\le\frac{8x^3+4ax^2+2bx}{2x}\le x^4$$

$5x^2+2ax+b-4\le 8x^2+4ax+2b\le 2x^4$

즉,

$-3x^2-4\le 2ax+b\le x^4-4x^2$ …… ㉠

이때

$g(x)=-3x^2-4$, $h(x)=x^4-4x^2$

이라 하면 곡선 $y=g(x)$는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -4)$인 위로 볼록한 포물선이다.

또,

$h'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2)=0$

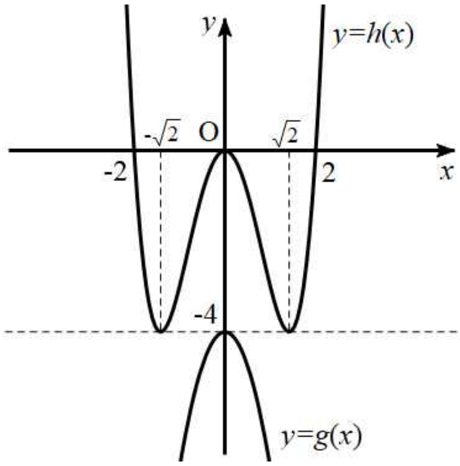
에서

$x=0$, $x=\sqrt{2}$, $x=-\sqrt{2}$

이므로 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	↘	-4	↗	0	↘	-4	↗

즉, 두 함수 $y=g(x)$, $y=h(x)$의 그래프는 다음과 같다.



그러므로 부등식 ㉠을 만족시키려면 직선 $y=2ax+b$가 $y=-4$이어야 한다.

즉, $a=0$, $b=-4$이므로

$f'(x)=3x^2-4$

따라서

$f'(10)=3\times10^2-4=296$

정답 296

22. **출제의도** : 로그함수의 그래프와 로그의 성질을 이용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
두 점 A, B가 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점이므로 두 점 A, B를

$\mathrm{A}(a,\ \log_2 a)$, $\mathrm{B}(b,\ \log_2 b)$

(단, a, b는 양수)

로 놓을 수 있다.

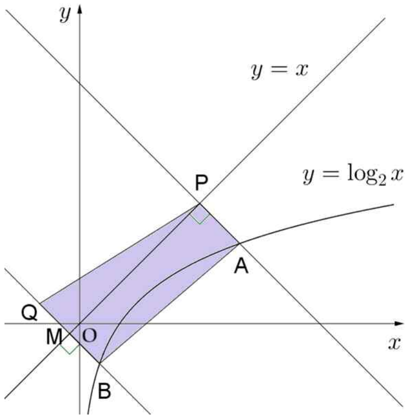
조건 (가)에서

(직선 AP의 y절편)

$-$ (직선 BQ의 y절편)

$=\dfrac{13}{2}$

이므로 $a>b$이다.
점 A에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발이 점 P이므로 직선 AP의 기울기는 -1이다.
이때, 직선 AP의 방정식은
$y-\log_2 a=-(x-a)$
즉, $y=-x+a+\log_2 a$
이므로 직선 AP의 y절편은 $a+\log_2 a$이다.
점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 Q이므로 점 Q의 좌표는 $(\log_2 b,\ b)$이고, 직선 BQ의 기울기는 -1이다.
이때, 직선 BQ의 방정식은
$y-\log_2 b=-(x-b)$
즉, $y=-x+b+\log_2 b$
이므로 직선 BQ의 y절편은 $b+\log_2 b$이다.
조건 (가)에 의하여
$(a+\log_2 a)-(b+\log_2 b)=\frac{13}{2}$
이므로
$(a-b)+(\log_2 a-\log_2 b)=\frac{13}{2}$ …… ㉠
한편, 조건 (나)에서 직선 AB의 기울기가 $\frac{6}{7}$이므로
$\frac{\log_2 a-\log_2 b}{a-b}=\frac{6}{7}$
$\log_2 a-\log_2 b=\frac{6}{7}(a-b)$ …… ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$(a-b)+\frac{6}{7}(a-b)=\frac{13}{2}$
$\frac{13}{7}(a-b)=\frac{13}{2}$
$a-b=\frac{7}{2}$ …… ㉢
㉢을 ㉡에 대입하면
$\log_2 a-\log_2 b=\frac{6}{7}\times\frac{7}{2}$
$\log_2 \frac{a}{b}=3$
$\frac{a}{b}=2^3$
$a=8b$ …… ㉣
㉣을 ㉢에 대입하면
$8b-b=\frac{7}{2}$
$7b=\frac{7}{2}$
$b=\frac{1}{2}$
$b=\frac{1}{2}$을 ㉣에 대입하면
$a=8\times\frac{1}{2}=4$
직선 AP의 방정식은
$y=-x+6$
이고, 직선 AP와 직선 $y=x$의 교점이 점 P이므로
$-x+6=x$에서
$x=3$
즉 점 P의 좌표는 $(3,\ 3)$
한편, 세 점 A, B, Q는
$A(4,\ 2)$, $B\left(\frac{1}{2},\ -1\right)$, $Q\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$
선분 BQ의 중점을 M이라 하면
$M\left(-\frac{1}{4},\ -\frac{1}{4}\right)$이고 $\angle PMB=90^\circ$이다.



이때

$\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{(3-4)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$,

$\overline{\mathrm{BQ}}=\sqrt{\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2+\left\{\frac{1}{2}-(-1)\right\}^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

$\overline{\mathrm{PM}}=\sqrt{\left(-\frac{1}{4}-3\right)^2+\left(-\frac{1}{4}-3\right)^2}=\frac{13\sqrt{2}}{4}$

이므로 사각형 APQB의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BQ}})\times\overline{\mathrm{PM}}$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\times\frac{13\sqrt{2}}{4}$$
$$=\frac{65}{8}$$

따라서 $p=8$, $q=65$이므로

$$p+q=8+65$$
$$=73$$

정답 73

■ **[선택: 미적분]**
23. ① 24. ④ 25. ② 26. ① 27. ①
28. ② 29. 91 30. 31

23. **출제의도** : 지수함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x)=e^x$라 하면

$f'(x)=e^x$

이므로

$$\lim_{x\to 1}\frac{e^x-e}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=f'(1)$$

따라서

$f'(1)=e$

정답 ①

24. **출제의도** : 치환적분을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}dx$에서

$\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=t$로 놓으면

$\frac{dt}{dx}=\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$이다.

이때,

$x=\frac{\pi}{4}$일 때 $t=0$이고

$x=\frac{3\pi}{4}$일 때 $t=1$이므로

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} dx$$

$$=\int_0^1 e^t\,dt = \Big[\ e^t\ \Big]_0^1$$

$$=e^1-e^0=e-1$$

정답 ④

25. 출제의도 : 수열의 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}}=6\text{에서}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}}$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{\left(\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}\right)\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{(n^4+4n)-(n^4+n)}$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$$

이므로

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}=6$$

…… ㉠

(i) $b>-1$일 때,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$$

의 값은 존재하지 않으므로 ㉠을 만족시키지 못한다.

(ii) $b<-1$일 때,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}=0$$

이므로 ㉠을 만족시키지 못한다.

(iii) $b=-1$일 때,

㉠에서

$$\lim_{n\to\infty} \frac{an^{-1}\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n}$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{a\left(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n}\right)}{3n^2}$$

$$=\lim_{n\to\infty} \frac{a\left(\sqrt{1+\frac{4}{n^3}}+\sqrt{1+\frac{1}{n^3}}\right)}{3}$$

$$=\frac{2a}{3}$$

이므로

$$\frac{2a}{3}=6$$

$$a=9$$

(i), (ii), (iii)에서

$a=9,\ b=-1$

따라서

$a+b=9+(-1)=8$

정답 ②

26. 출제의도 : 정적분을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$1=\dfrac{3}{x-1}$ 에서 $x=4$이므로

$\mathrm{A}(4,\ 1)$

$3=\dfrac{3}{x-1}$ 에서 $x=2$이므로

$\mathrm{B}(2,\ 3)$

직선 AB의 방정식은

$$y-1=\frac{3-1}{2-4}(x-4)$$

$y=-x+5$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\int_2^4\left(-x+5-\frac{3}{x-1}\right)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{2}x^2+5x-3\ln|x-1|\right]_2^4$$
$$=(-8+20-3\ln3)-(-2+10-3\ln1)$$
$$=4-3\ln3$$

정답 ①

[다른 풀이]
두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면 사각형 ABDC의 넓이는
$$\frac{1}{2}\times(1+3)\times2=4$$
따라서 구하는 넓이는
$$4-\int_2^4\frac{3}{x-1}dx=4-\left[3\ln|x-1|\right]_2^4$$
$$=4-3\ln3$$

27. 출제의도 : 역함수의 미분법을 이용하여 함숫값과 미분계수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
함수 $f(x^3+x)$의 역함수가 $g(x)$이므로 모든 실수 x에 대하여
$$g(f(x^3+x))=x \quad \cdots\cdots ㉠$$
가 성립한다.
$x^3+x=2$에서
$$x^3+x-2=0$$
$$(x-1)(x^2+x+2)=0 \quad \cdots\cdots ㉡$$
이때,
$$x^2+x+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$$
이므로 ㉡에서
$x=1$
㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면
$g(f(2))=1$
이고, $f(2)=1$이므로
$g(1)=1$
한편, ㉠의 양변을 x에 대하여 미분하면
$$g'(f(x^3+x))\times f'(x^3+x)\times(3x^2+1)=1$$
위 등식의 양변에 $x=1$을 대입하면
$$g'(f(2))\times f'(2)\times4=1$$
$f(2)=1$이므로
$$4g'(1)\times f'(2)=1 \quad \cdots\cdots ㉢$$
$f'(2)=8g'(1)-1$을 ㉢에 대입하면
$$4g'(1)(8g'(1)-1)=1$$
$$32(g'(1))^2-4g'(1)-1=0$$
$$(4g'(1)-1)(8g'(1)+1)=0$$
$$g'(1)=\frac{1}{4} \text{ 또는 } g'(1)=-\frac{1}{8}$$
(i) $g'(1)=\frac{1}{4}$일 때,
$$f'(2)=8g'(1)-1$$
$$=8\times\frac{1}{4}-1$$
$$=1>0$$
이므로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이라는 조건을 만족시킨다.

(ii) $g'(1)=-\frac{1}{8}$일 때,
$$f'(2)=8g'(1)-1$$
$$=8\times\left(-\frac{1}{8}\right)-1$$
$$=-2<0$$
이므로 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이라는 조건을 만족시키지 못한다.

(i), (ii)에서 $g'(1)=\frac{1}{4}$이므로
$$g(1)+g'(1)=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

정답 ①

28. **출제의도** : 여러 가지 미분법을 이용하여 미분계수와 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\sin g(\pi)=0$에서 $g(\pi)=n\pi$인 정수 n이 존재한다.

$f'(x)=g'(x)-\sec^2 g(x)\times g'(x)$

$\quad =g'(x)(1-\sec^2 g(x))$

$\quad =-g'(x)\tan^2 g(x)$

의 양변에 $x=\pi$를 대입하면

$f'(\pi)=-g'(\pi)\tan^2 g(\pi)=0$

조건 (가)에서 $f''(\pi)=0$이므로

$f(x)=a(x-\pi)^3+b$ (a, b는 상수, $a\neq 0$)

이고

$f(0)=-a\pi^3+b=0$

이므로

$b=a\pi^3$

$f(x)=a(x-\pi)^3+a\pi^3$

그러므로

$f(\pi)=a\pi^3$이고

$f(\pi)=g(\pi)-\tan g(\pi)=n\pi$이므로

$a\pi^3=n\pi$에서

$a=\dfrac{n}{\pi^2}$

이때 모든 실수 x에 대하여 $\tan g(x)$가 정의되기 위해서는 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (k는 정수)이어야 한다. …… ㉠

또 $f'(x)=3a(x-\pi)^2$이므로

$3a(x-\pi)^2=-g'(x)\tan^2 g(x)$ …… ㉡

(ⅰ) $a>0$인 경우

x가 π가 아닐 때 $g'(x)<0$이므로 $g(x)$는 감소하고 $n>0$이다.

$x>\pi$일 때, $g(\pi)=n\pi$에서 $g(x)$는 $\dfrac{3}{2}\pi$로 감소한다.

$n\pi>\dfrac{3}{2}\pi$이므로 $n>\dfrac{3}{2}$

$x>\pi$일 때, $\dfrac{3}{2}\pi<g(x)<n\pi$이므로

㉠에서

$n\pi\le\dfrac{5}{2}\pi$, $n\le\dfrac{5}{2}$

즉, $\dfrac{3}{2}<n\le\dfrac{5}{2}$이므로 $n=2$

(ⅱ) $a<0$인 경우

x가 π가 아닐 때 $g'(x)>0$이므로 $g(x)$는 증가하고 $n<0$이다.

$g(\pi)=n\pi$에서 $g(x)$는 $\dfrac{3}{2}\pi$로 증가하는데 ㉠에 의하여 모순이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $n=2$이므로

$a=\dfrac{2}{\pi^2}$

$f(0)=g(0)-\tan g(0)=0$에서

$\tan g(0)=g(0)$

$f'(0)=-g'(0)\tan^2 g(0)$

$\quad =-g'(0)(g(0))^2$

따라서

$g'(0)\times(g(0))^2=-f'(0)$

$\quad =-3a\pi^2$

$\quad =-3\times\dfrac{2}{\pi^2}\times\pi^2=-6$

정답 ②

29. **출제의도** : 등비급수의 수렴조건 및 등비수열의 성질을 이용하여 등비급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 양수이므로
$a_1 > 0$
이다.
등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r(단, r은 유리수)라 하면 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하므로
$-1 < r < 1$
이다.
조건 (나)에서 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고 공비가 $-1 < r < 1$이므로 정수인 세 항은 연속해서 나와야 한다.
즉, 세 항 a_m, a_{m+1}, a_{m+2}의 값이 모두 정수인 자연수 m이 존재하고, 이때,
$|a_m| > |a_{m+1}| > |a_{m+2}|$
이다.
0이 아닌 실수 x에 대하여
$a_m = x$, $a_{m+1} = xr$, $a_{m+2} = xr^2$
이라 하면
조건 (나)에 의해
$a_m \times a_{m+1} \times a_{m+2} = 216$ …… ㉠
이므로
$x \times xr \times xr^2 = 216$
이다.
즉, $(xr)^3 = 216 = 6^3$이고, xr이 실수이므로
$xr = 6$
㉠에서
$a_{m+1} = xr = 6$
이므로
$a_m \times 6 \times a_{m+2} = 216$
$a_m \times a_{m+2} = 36$
이때, a_m, a_{m+2}가 모두 정수이므로
$|a_m| = 36$, $|a_{m+2}| = 1$ 또는
$|a_m| = 18$, $|a_{m+2}| = 2$ 또는
$|a_m| = 12$, $|a_{m+2}| = 3$ 또는
$|a_m| = 9$, $|a_{m+2}| = 4$
(i) $|a_m| = 9$, $|a_{m+2}| = 4$일 때,
$a_{m+1} = 6$
이므로
$$\frac{|a_{m+1}|}{|a_m|} = \frac{|a_{m+2}|}{|a_{m+1}|} = \frac{2}{3}$$
즉, $|r| = \frac{2}{3}$이므로
$r = \frac{2}{3}$ 또는 $r = -\frac{2}{3}$
ⓐ $r = \frac{2}{3}$일 때,
$a_m = 9$, $a_{m+1} = 6$, $a_{m+2} = 4$
이므로 a_1의 최솟값은 9이다.
이때 $a_2 = 6$이므로
$a_1 + a_2 = 9 + 6 = 15 > 10$
이다.
즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.
ⓑ $r = -\frac{2}{3}$일 때,
$a_m = -9$, $a_{m+1} = 6$, $a_{m+2} = -4$
이고, $a_1 > 0$이므로
$a_2 = -9$일 때 a_1의 값은 최소이다.
이때
$$a_1 = a_2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -9 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{2}$$
이고,
$$a_1 + a_2 = \frac{27}{2} + (-9) = \frac{9}{2} < 10$$
이므로 조건 (가)를 만족시킨다.
(ii) $|a_m| > 9$일 때,
$-1 < r < 1$이고 $a_1 > 0$이므로
(i)과 같은 방법으로 계산해 보면
$a_1 + a_2 \geq 10$

임을 알 수 있다.

즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a_1=\frac{27}{2}$, $r=-\frac{2}{3}$

이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{27}{2}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{81}{10}$$

따라서 $p=10$, $q=81$이므로

$p+q=10+81=91$

정답 91

[다른 풀이]

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 양수이므로

$a_1>0$

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r(단, r은 유리수)라 하면 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$이 수렴하므로

$-1<r<1$

이다.

조건 (나)에서 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고 이 세 항의 곱이 216이므로 수열 $\{a_n\}$의 정수인 세 항의 값을

x, y, $z(|x|>|y|>|z|)$

라 하면

$xyz=216$

이다.

이때, $216=2^3\times3^3$이고

$|x|\times|y|\times|z|=216$

이므로

$|x|$의 값의 최솟값은 9이다.

(ⅰ) $|x|=9$일 때,

$|y|=6$, $|z|=4$

두 수 $|x|$, $|y|$가 등비수열 $\{a_n\}$의 서로 다른 두 항이므로

$\frac{|y|}{|x|}=|r|^m$

을 만족시키는 자연수 m이 존재한다.

$\frac{|y|}{|x|}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로

$|r|^m=\frac{2}{3}$

이고, 공비 r이 유리수이어야 하므로

$m=1$, $|r|=\frac{2}{3}$

이다. 이때,

$\frac{|z|}{|y|}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

이므로 세 수 x, y, z는 등비수열 $\{a_n\}$의 연속된 세 항의 값이다.

한편 $|r|=\frac{2}{3}$에서

$r=\frac{2}{3}$ 또는 $r=-\frac{2}{3}$

ⓐ $r=\frac{2}{3}$일 때,

a_1의 최솟값은 9이고

이때 $a_2=6$이므로

$a_1+a_2=9+6=15>10$

이다. 즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

ⓑ $r=-\frac{2}{3}$일 때,

$xyz=216$이고

세 수 x, y, z는 등비수열 $\{a_n\}$의 연속된 세 항의 값이므로

$x<0$, $y>0$, $z<0$

이어야 한다.

즉, $x=-9$, $y=6$, $z=-4$

이때, $a_1>0$이므로 2보다 큰 자연수 k에 대하여 $a_k=-9$

이면 $a_1+a_2>10$이다.

즉, 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

$a_2=-9$일 때,

$$a_1=a_2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-9\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{27}{2}$$

이므로

$$a_1+a_2=\frac{27}{2}+(-9)=\frac{9}{2}<10$$

이다. 즉, 조건 (가)를 만족시킨다.

(ⅱ) $|x|>9$일 때,

$-1<r<1$이고 $a_1>0$이므로

(ⅰ)과 같은 방법으로 하면

$a_1+a_2\geq 10$이므로 조건 (가)를 만족시키지 못한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a_1=\frac{27}{2}$, $r=-\frac{2}{3}$

이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{27}{2}}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{81}{10}$$

따라서 $p=10$, $q=81$이므로

$p+q=10+81=91$

30. **출제의도** : 부분적분법을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(1)=4\ln 2=\ln 16$에서

$e^{f(1)}=16$

또

$f(x)=\ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$에서

$$e^{f(x)}=\frac{g(x)}{1+xf'(x)}$$

$g(x)=e^{f(x)}+xf'(x)e^{f(x)}$

이고

$$\int_1^2 g(x)\,dx$$

$$=\int_1^2 e^{f(x)}\,dx+\int_1^2 xf'(x)e^{f(x)}\,dx$$

$$=\int_1^2 e^{f(x)}\,dx+\left[xe^{f(x)}\right]_1^2-\int_1^2 e^{f(x)}\,dx$$

$=2e^{f(2)}-e^{f(1)}$

$=2e^{f(2)}-16$

$=34$

이므로

$e^{f(2)}=25$

따라서

$$\int_1^2 xg(x)\,dx$$

$$=\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx+\int_1^2 x^2f'(x)e^{f(x)}\,dx$$

$$=\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx+\left[x^2e^{f(x)}\right]_1^2-\int_1^2 2xe^{f(x)}\,dx$$

$$=4e^{f(2)}-e^{f(1)}-\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$$

$$=100-16-\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$$

$=53$

에서

$$\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx=84-53=31$$

정답 31