

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^4 (2a_k - k) = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (x+2)(2x^2 - x - 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 1보다 큰 두 실수 a, b 가

$$\log_a b = 3, \quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

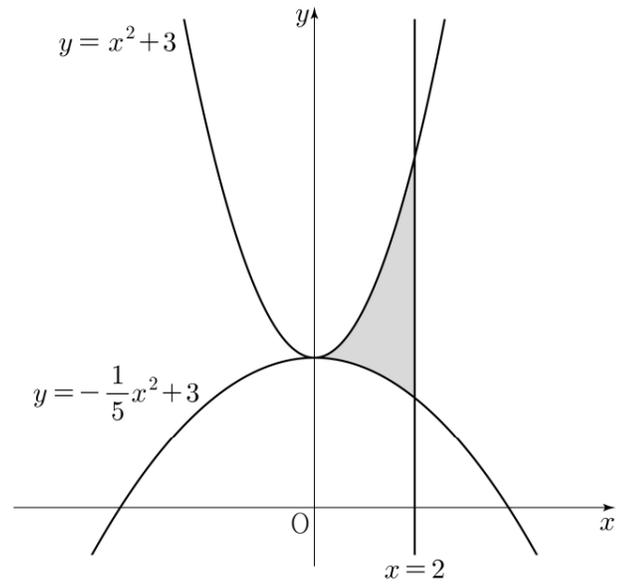
을 만족시킬 때, $\log_9 ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

7. 두 곡선 $y = x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ 과 직선 $x = 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{33}{10}$ ⑤ $\frac{16}{5}$



8. $\sin\theta + 3\cos\theta = 0$ 이고 $\cos(\pi - \theta) > 0$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
 ④ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

9. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + 4$$

라 하자. 직선 $y=5$ 가 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때, $f(2)$ 의 값은?
 [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 상수 $a (a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 2$ 위의 점 중 제 1사분면에 있는 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 B, 곡선 $y = a^x - 2$ 의 점근선과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 AOC의 넓이가 8일 때, $a \times \overline{OB}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{7}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{2}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - kt + 4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $k=0$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$ 이다.

ㄴ. $k=3$ 이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄷ. $k=5$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

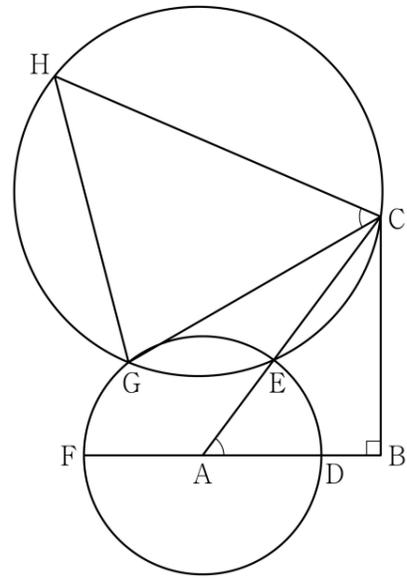
$$2(a_1 + a_4 + a_7) = a_4 + a_7 + a_{10} = 6$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{22}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ $\frac{30}{7}$ ⑤ $\frac{32}{7}$

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x - 3$ 에 대하여
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선을 l 이라 하고,
 함수 $g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$ 에 대하여
 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, 6)$ 에서의 접선을 m 이라 하자.
 두 직선 l, m 과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]
- ① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형
 ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 D,
 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원이 선분 AC와
 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을
 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡는다.
 세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG = \angle BAC$ 를
 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



- ① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값을 k 라 하자. $a = k$ 일 때, $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + 1$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 4x^3 - 2x$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(0) = 4$ 일 때, $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 6$ 이고 $\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$ 인

삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

19. $-2 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$-k \leq 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8 \leq k$$

가 성립하도록 하는 양수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 7$
 - 2 이상의 자연수 n 에 대하여
- $$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$$
- 이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1}$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{\text{(가)}} \quad \dots\dots \textcircled{가}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n=2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{\text{(나)}} \quad \dots\dots \textcircled{나}$$

이다. $\textcircled{가}$ 과 $\textcircled{나}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1} &= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2a_{2k+1} + a_{2k+2}) \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 할 때, $\frac{p \times q}{f(12)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이

존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow m^+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

$g(-5)$ 의 값을 구하시오. (단, $g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)$) [4점]

22. 곡선 $y = \log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $A(a, b)$ 와

곡선 $y = 4^{x-1} - \frac{1}{2}$ 위의 점 B 가 제1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB 의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$ 일 때,

$a \times b = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, 0 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. 네 문자 a, b, c, d 중에서 중복을 허락하여 3개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 56 ② 60 ③ 64 ④ 68 ⑤ 72

24. 두 사건 A, B 에 대하여

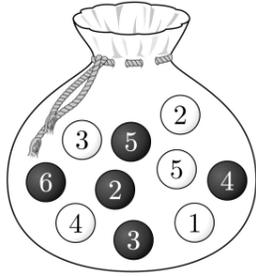
$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B) = 1$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{17}{20}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

25. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 흰 공 5개와 숫자 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 서로 같은 색이거나 꺼낸 2개의 공에 적힌 수가 서로 같을 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$



26. 평균이 m 이고 표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $1.2 \leq m \leq a$ 이다. a 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 5.1 ② 5.2 ③ 5.3 ④ 5.4 ⑤ 5.5

27. 이산확률변수 X 가 가지는 값이 0부터 4까지의 정수이고

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{|2x-1|}{12} & (x=0, 1, 2, 3) \\ a & (x=4) \end{cases}$$

일 때, $V\left(\frac{1}{a}X\right)$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

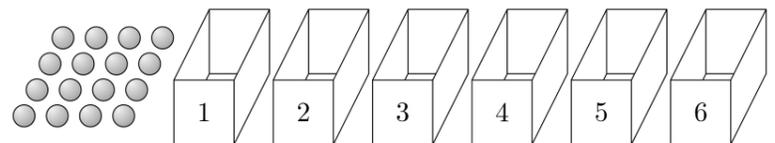
- ① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

28. 16개의 공과 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 여섯 개의 빈 상자가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 k 가 홀수이면
 1, 3, 5가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣고,
 k 가 짝수이면
 k 의 약수가 적힌 상자에 공을 각각 1개씩 넣는다.

이 시행을 4번 반복한 후 여섯 개의 상자에 들어 있는 모든 공의 개수의 합이 홀수일 때, 3이 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 2가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수보다 1개 더 많을 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$



단답형

29. 6 이하의 자연수 a 에 대하여 한 개의 주사위와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
나온 눈의 수가 a 보다 작거나 같으면
동전을 5번 던져 앞면이 나온 횟수를 기록하고,
나온 눈의 수가 a 보다 크면
동전을 3번 던져 앞면이 나온 횟수를 기록한다.

이 시행을 19200번 반복하여
기록한 수가 3인 횟수를
확률변수 X 라 하자.
 $E(X) = 4800$ 일 때,
 $P(X \leq 4800 + 30a)$ 의 값을
오른쪽 표준정규분포표를 이용하여
구한 값이 k 이다.
 $1000 \times k$ 의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494
3.0	0.499

30. 비어 있는 주머니 10개가 일렬로 놓여 있고, 공 8개가 있다.
각 주머니에 들어 있는 공의 개수가 2 이하가 되도록
공을 주머니에 남김없이 나누어 넣을 때,
다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.
(단, 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

(가) 들어 있는 공의 개수가 1인 주머니는 4개 또는 6개이다.
(나) 들어 있는 공의 개수가 2인 주머니와 이웃한
주머니에는 공이 들어 있지 않다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.