

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 2x^2 + x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad 2a_2 + a_7 = 30$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & (x < 2) \\ 3x & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

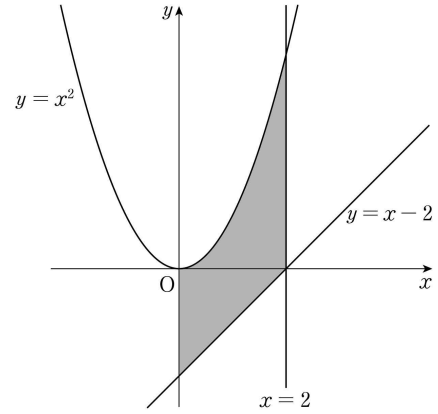
5. 함수 $f(x) = (x+1)(2x^2 - 5x + 1)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 곡선 $y = x^2$ 과 y 축 및 두 직선 $y = x - 2$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



6. 두 양수 a, b 가

$$\log_3 a^2 = 4, \quad \log_9 ab = \frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

8. $\cos \theta = 4 \sin \theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) < 0$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 M , 최솟값 4 를 가질 때, M 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

10. 양수 k 에 대하여 곡선 $y = \log_2(x - k)$ 가 x 축과 만나는 점을 A 라 하자. 직선 $y = 2$ 가 곡선 $y = \log_2(x - k)$ 와 만나는 점을 B, y 축과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 24t + 36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 25이다.
 - ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
 - ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $a_1 = 3, a_2 = 10$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k+1} = n^2 + n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^5 \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $\frac{a_1}{b_1+1} = 2$ 에서 $b_1 = \frac{1}{2}$ 이다.

2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{b_n+1} = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k+1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{b_k+1}$$

이므로

$$\frac{a_n}{b_n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times n \dots\dots \textcircled{1}$$

이다.

$n=1$ 일 때도 $\textcircled{1}$ 이 성립하므로 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{b_n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times (b_n+1) \dots\dots \textcircled{2}$$

이다.

그러므로 등비수열 $\{b_n\}$ 의 공비는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 $\textcircled{2}$ 에 의하여 $\sum_{n=1}^5 \frac{a_n}{b_n} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 136
- ② 137
- ③ 138
- ④ 139
- ⑤ 140

- 13 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 8$ 에 대하여
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(1, -5)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와
 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자.
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 Q 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인
 도형의 넓이는? [4점]
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

- 14 두 상수 $a(a \neq 0)$, b 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된
 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3\sin x & (0 \leq x < \pi) \\ a\cos x + b & (\pi \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0 \leq t \leq 2\pi$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식
 $f(x) = f(t)$ 를 만족시키는 모든 x 의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$ 가 되도록
 하는 서로 다른 모든 실수 t 의 개수가 4일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?
 [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와
두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -xf(x) - ax^2 & (x \leq 0) \\ \frac{1}{4}f(x) - bx^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$ 가
다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x) = -27\}$ 의 원소의 개수는 2이다.

(나) $\{x \mid g(x) = -27\} \subset \{x \mid g'(x) = 0\}$

- ① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n^2 - 3n$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여
 $F(1) = 5$ 일 때, $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$ 이고 $\cos A = -\frac{1}{4}$ 일 때,
 \overline{BC}^2 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ 는 $x = 1$ 에서 극대이다.
 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 5일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
 (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n & (n \text{이 } 5 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n + 10 & (n \text{이 } 5 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20 \leq \sum_{k=1}^m a_k < 30$ 을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의
 합을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (f(t) - |f(t)|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $x \geq k$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g'(x) = 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 최솟값이 2이다.
 (나) $g(2) = -8$

22. 자연수 k 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2^x, g(x) = 2 \times 4^x + \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가
 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$ 이 되도록 하는

실수 t 의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 p 라 할 때,

$k \times \left(\frac{1}{2}\right)^p$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(12n+1)}{4n^3-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3n+2)a_n = 6, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n} = 2$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sqrt{n+2}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 자연수 a 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a^{2n} + (2a)^{n+1}}{a^{2n} + (2a)^n} = a+1$$

을 만족시키는 모든 자연수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 a_n 인 직선이 점 $(2n-1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 n 인 원과 서로 다른 두 점에서 만나고 점 $(2n+1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $n+1$ 인 원과 만나지 않는다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(3 - \frac{1}{a_n} \right)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

28. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5$ 가 있다.

두 자연수 p, q 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}px^2 + \frac{1}{2}qx + 5 & (x < 0) \\ 5 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$h(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(f(x))^{2n+1} + 5^{2n} \times g(x)}{(f(x))^{2n} + 5^{2n}}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 개수가 7이다.

자연수 n 에 대하여 직선 $y = \left(k - \frac{1}{2^n}\right)x + 5$ 가 함수 $y = h(x)$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$ 이다.

$p+q+h(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 38 ② 41 ③ 44 ④ 47 ⑤ 50

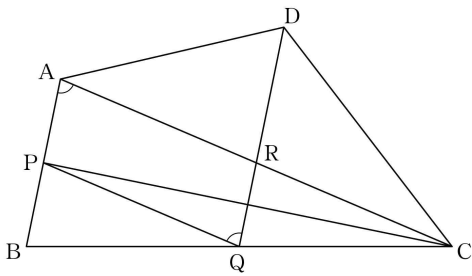
단답형

29. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC} = 4n+2$ 인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 P, 선분 BC의 중점을 Q라 하고, 선분 DQ가 선분 AC와 만나는 점을 R이라 하자.

$\angle CAB = \angle PQR$, $\overline{CP} = \sqrt{15n^2 + 16n + 4}$, $\overline{DR} : \overline{DC} = 1 : 2$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\overline{DR} - \frac{4}{3}n \right) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. (단, k 는 20 이하의 자연수이다.) [4점]

두 정수 a, b 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} |a|(a+b)^n$ 의 값과 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2a+2b-20}{k} \right|^n$ 의 값이

모두 존재하며

$\lim_{n \rightarrow \infty} |a|(a+b)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2a+2b-20}{k} \right|^n$ 이 되도록 하는

정수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 19이다.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(이하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.