

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $5^{-\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{5}$ ③ 5 ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ 25

2. 함수 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 (k + 3a_k) = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 1) \\ x^2 - ax + 11 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 2x)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

6. 1보다 큰 두 실수 a , b 가

$$\log_{\sqrt{a}} b = 6, \quad \log_4 a + \log_2 b = 14$$

를 만족시킬 때, $\log_2 \frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + a$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x) dx = \frac{40}{3} + \int_0^{-2} f(x) dx$$

일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

8. $2\cos\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 0$ 이고 $\sin\theta < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

9. 양수 t 에 대하여 함수 $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 1$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 점 $(0, 1)$ 을 지나도록 하는 t 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$
- ② 1
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{7}{4}$

10. 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된

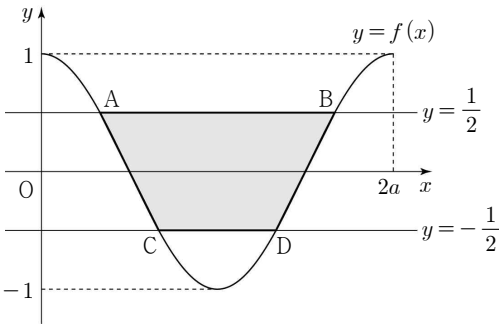
함수 $f(x) = \cos\frac{\pi x}{a}$ 가 있다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자.

사각형 ACDB의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, $a \times \overline{AB}$ 의 값은?

(단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작고, 점 C의 x 좌표는 점 D의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① 3
- ② $\frac{19}{6}$
- ③ $\frac{10}{3}$
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ $\frac{11}{3}$



11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 t ($t \geq 0$) 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t + k$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. $k=0$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 -2 이다.
 ㄴ. $k=2$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는 점 P의 위치의 변화량과 같다.
 ㄷ. $k=-9$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는 34 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

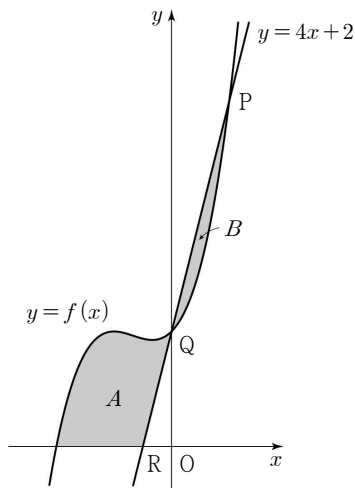
12. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_5 \times (a_6 + a_7) = 20a_{10}, \quad S_4 = 65$$

일 때, a_2 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$ 에 대하여
 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4x + 2$ 가 제 1 사분면에서 만나는
 점을 P, y 축 위에서 만나는 점을 Q라 하자.
 직선 $y = 4x + 2$ 가 x 축과 만나는 점을 R이라 할 때, 곡선
 $y = f(x)$ 와 x 축 및 선분 RQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A,
 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 QP로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라
 하자. $A - B$ 의 값은? [4점]

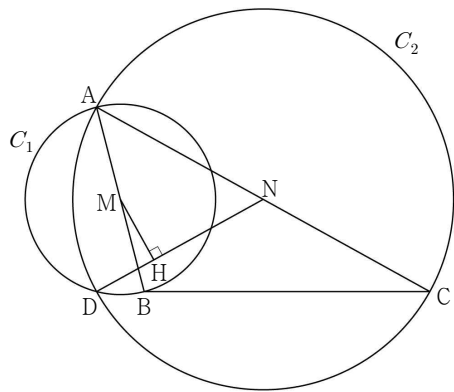


- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 8$, $\angle CBA > \frac{\pi}{2}$ 인

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{16\sqrt{15}}{15}$ 이다.

선분 AB의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N이라 할 때,
 두 점 M, N을 각각 중심으로 하고 점 A를 지나는 두 원
 C_1, C_2 가 있다. 두 원 C_1, C_2 가 만나는 점 중 A가 아닌
 점을 D라 하고, 점 M에서 선분 DN에 내린 수선의 발을
 H라 하자. 선분 MH의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5\sqrt{15}}{16}$ ② $\frac{11\sqrt{15}}{32}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{8}$
 ④ $\frac{3\sqrt{15}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

15. 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + b, \quad g(x) = \frac{2}{3}x^3 + ax^2$$

이 있다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = f(x) + |f(x) - g(x)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 함수 $h(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극대이고
 $x = \alpha, x = \beta (\alpha < \beta)$ 에서 극소이다.

$h(\alpha) \geq h(\beta)$ 일 때, $a + b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{n} + 4$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여
 $F(0) + F(2) = 14$ 일 때, $F(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 부등식

$$\log_3(x+4) \leq 3 + \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = x^3 - 12x + k$$

의 최댓값이 40 일 때, 최솟값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.)
[3점]

20. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} 2(S_n - na_n) & (n \text{ 이 홀수인 경우}) \\ (n-1)a_n & (n \text{ 이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

다음은 $b_2 = 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{20} b_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로
자연수 n 에 대하여 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ ㉠
(i) $n = 2k - 1$ (k 는 자연수)일 때,
㉠에 의하여
$$b_{2k-1} = 2 \times \left\{ \frac{(2k-1)(a_1 + a_{2k-1})}{2} - (2k-1)a_{2k-1} \right\}$$
$$= (\boxed{\text{가}}) \times (a_1 - a_{2k-1})$$

(ii) $n = 2k$ (k 는 자연수)일 때,
$$b_{2k} = (2k-1)a_{2k}$$

(i), (ii)에 의하여
$$b_{2k-1} + b_{2k} = (\boxed{\text{가}}) \times (a_1 - a_{2k-1}) + (2k-1)a_{2k}$$
$$= \boxed{\text{나}} \dots\dots \text{㉡}$$

이다.
㉡에 의하여
$$\sum_{n=1}^{20} b_n = (b_1 + b_2) + (b_3 + b_4) + \dots + (b_{19} + b_{20})$$
$$= \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고,
(다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(2) + g(3) + p$ 의 값을
구하시오. [4점]

21. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)(x-4) & \left(a \leq x \leq \frac{3}{2}a\right) \\ (x-a)(x-b) & \left(x < a \text{ 또는 } x > \frac{3}{2}a\right) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $|f(x)| = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow 0+} g(t) = 6$

(나) 함수 $g(t)$ 는 $t = \alpha$, $t = \beta$ ($\alpha \neq \beta$)에서만 불연속이고,
 $\lim_{t \rightarrow \alpha+} g(t) = \lim_{t \rightarrow \beta-} g(t) = 1$ 이다.

$f(0) = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

22. 두 자연수 m, n 에 대하여 곡선 $y = 2^{x-m} + n$ 위의

점 $A(a, b)$ ($a < b$)가 제 1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하자.

점 B 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원이

곡선 $y = \log_2(x-n+1) + m - 7$ 과 만나는 두 점 중 x 좌표가 작은 점을 C 라 할 때, 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 AC 와 직선 $y = \frac{1}{3}x$ 는 서로 수직이다.

(나) 삼각형 AOB 와 삼각형 ACB 의 넓이의 비는 $27:8$ 이다.

$m+n$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선 다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (-2, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 포물선 $y^2 = 4(x - 3)$ 위의 점 $(a, 4)$ 와 포물선의 준선 사이의 거리는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

25. 점 $(3\sqrt{2}, 0)$ 을 지나고 방향벡터가 $\vec{u} = (1, 2\sqrt{2})$ 인 직선 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

26. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 을 초점으로 하는

타원 $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{4b^2} = 1$ 위에 있는 제 1 사분면 위의

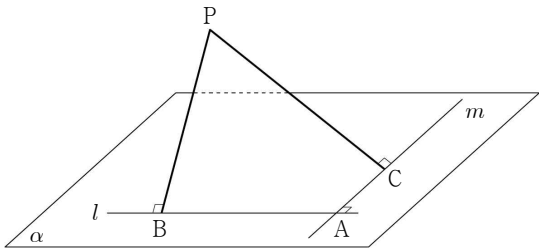
점 $P(6, b)$ 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각

A, B 라 하자. $\overline{PF} + \overline{PF'} = \overline{AB}$ 일 때, $b^2 \times c$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

27. 공간에 점 A에서 서로 수직으로 만나는 두 직선 l, m 을 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 할 때, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AC} = 2$ 이다. $\overline{PA} = 5$ 일 때, 삼각형 ABC의 평면 PBC 위로의 정사영의 넓이는? (단, 점 B는 점 A가 아니고, 점 C는 점 A가 아니다.) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

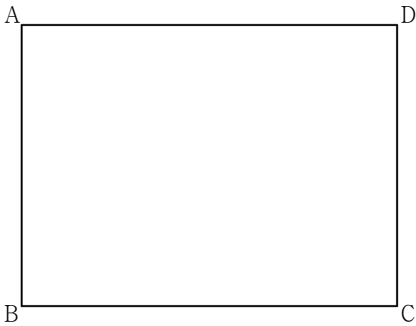


28. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 CD 위의 한 점 P와 직사각형 ABCD 내부의 한 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ} = |\overrightarrow{PQ}|^2$
 (나) $10\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AD}$

$(\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{QR}) \cdot (\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{QR}) = 0$ 을 만족시키는 점 R에 대하여 $\overrightarrow{BR} \cdot \overrightarrow{QP}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{226}{5}$ ② $\frac{236}{5}$ ③ $\frac{246}{5}$ ④ $\frac{256}{5}$ ⑤ $\frac{266}{5}$

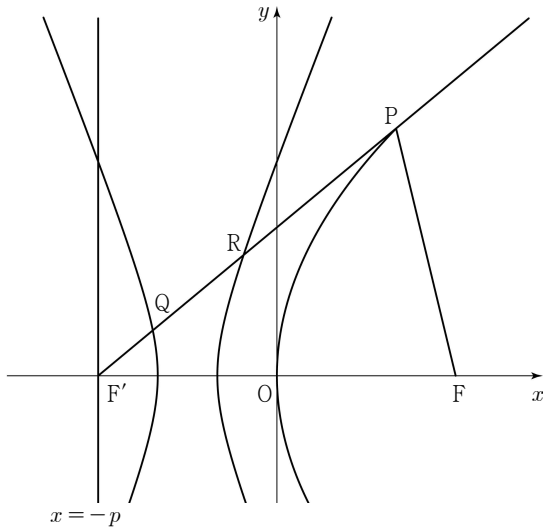


단답형

29. 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$) 이고 준선이 $x = -p$ 인 포물선이

있다. 점 $F'(-p, 0)$ 에 대하여 $\cos(\angle PFF') = \frac{1}{5}$ 을 만족시키는

이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하고,
 선분 PF' 의 중점을 R 이라 하자. 두 점 O, F' 을 초점으로
 하고 점 R 을 지나는 쌍곡선에 대하여 선분 PF' 과 쌍곡선이
 만나는 점 중 R 이 아닌 점을 Q 라 하자. 삼각형 QOR 의
 둘레의 길이가 14 일 때, 삼각형 PRO 의 넓이를 S 라 하자.
 S^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

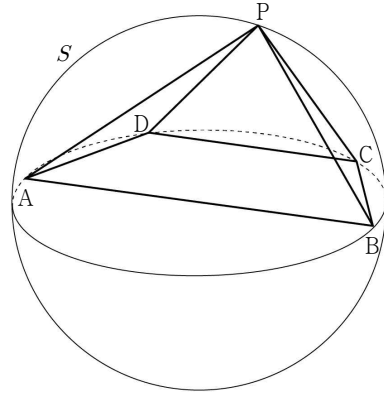


30. 공간에 $\overline{AB} = 10\sqrt{5}$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 구 S 가
 있다. 구 S 위의 두 점 C, D 에 대하여 네 점 A, B, C, D 는
 평면 α 위에 있고, $\overline{AD} = \overline{BC} = 10$ 이다. 구 S 위의 점 P 가
 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P 의 평면 α 위로의 정사영은 선분 BD 위에 있다.

(나) 평면 PAD 과 평면 α 가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

평면 PAB 과 평면 PBC 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때,
 $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{CD} < \overline{AB}$ 이고,
 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.