

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

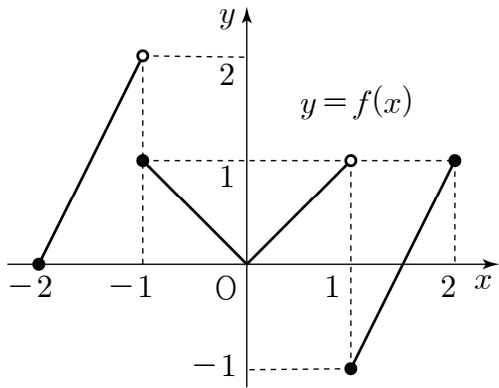
2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)=x^2-ax$ 에 대하여 $f'(1)=0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 부등식 $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{ 이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{ 이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 첫째항이 a ($a > 0$) 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의
첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $2a = S_2 + S_3$, $r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 2 이상의 두 자연수 a , n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이
자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.
 $f(4) + f(27)$ 의 값은? [4점]
- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

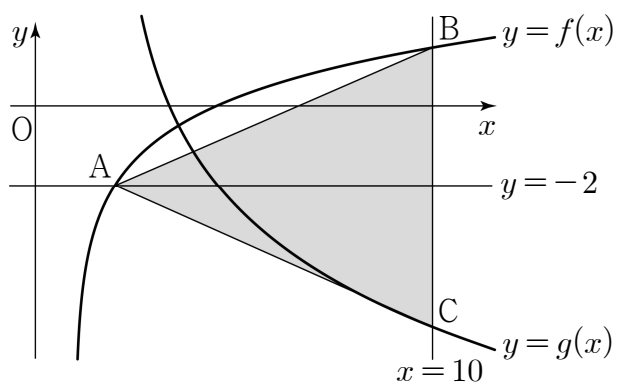
10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식
- $$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$
- 의 모든 해의 합은? [4점]
- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 $y = -2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A 라 하고, 직선 $x = 10$ 과 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 삼각형 ACB 의 넓이가 28 일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



12. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$ 를 만족시키고, 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \cdots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^n ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots \textcircled{가}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{가}$ 을 빼서 정리하면

$$\begin{aligned} & (n+1)S_{n+1} - nS_n \\ &= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이므로

$$(\textcircled{가}) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$a_1 = 1 = \log_2 2$ 이고,

$2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1$ 이므로

모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = \textcircled{나}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \textcircled{다}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(8) - g(8) + h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

14. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=2$ 에서 점 P 의 움직이는 방향이 바뀐다.

ㄴ. 점 P 가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P 의 위치는 -4 이다.

ㄷ. 점 P 가 시각 $t=0$ 일 때부터 가속도가 12 가 될 때까지 움직인 거리는 8 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta (\alpha < 0 < \beta)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
(나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x)dx$ 의 값은?
[4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

단답형

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+a}{x+1}=b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$ 에서 x 의 값이 1 에서 3 까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4}=2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)+1}{x-2}=8$$

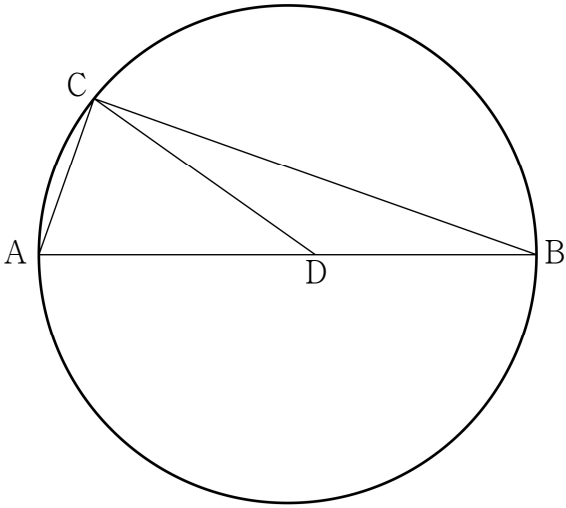
을 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 C 에 대하여

$$\overline{BC}=12\sqrt{2}, \cos(\angle CAB)=\frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB 를 5:4로 내분하는 점을 D 라 할 때, 삼각형 CAD 의 외접원의 넓이는 S 이다.

$\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \leq d$

(나) 어떤 자연수 $k(k \geq 3)$ 에 대하여

세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여 $x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 과 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

제 2 교시

수학 영역 (확률과 통계)

5지선다형

23. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$P(A)=\frac{1}{12}$, $P(A\cup B)=\frac{11}{12}$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

24. 다항식 $(2x+1)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 76 ② 80 ③ 84 ④ 88 ⑤ 92

25. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{2}a$	$\frac{3}{2}a$	1

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

26. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로

a, b, c 라 할 때, $(a-2)^2 + (b-3)^2 + (c-4)^2 = 2$ 가 성립할 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

27. 3개의 문자 A, B, C 를 포함한 서로 다른 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 두 문자 B와 C 사이에 문자 A를 포함하여 1개 이상의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 180
- ② 200
- ③ 220
- ④ 240
- ⑤ 260

28. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 2^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다. 상수 a 에 대하여 두 확률변수 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $Y=3X-a$
- (나) $P(X\leq 4)=P(Y\geq a)$

$P(Y\geq 9)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.0228
- ② 0.0668
- ③ 0.1587
- ④ 0.2417
- ⑤ 0.3085

z	$P(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

단답형

29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 카드가 각각 1장, 2장, 3장, 4장, 5장이 있다. 이 15장의 카드 중에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택하는 시행을 한다. 이 시행에서 선택한 2장의 카드에 적힌 두 수의 곱의 모든 양의 약수의 개수가 3 이하일 때, 그 두 수의 합이 짝수일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

1				
2	2			
3	3	3		
4	4	4	4	
5	5	5	5	5

30. 네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은 공 4개, 흰 공 5개, 빨간 공 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 학생이 받는 공의 색의 종류의 수는 2이다.
(나) 학생 A는 흰 공과 검은 공을 받으며 흰 공보다 검은 공을 더 많이 받는다.
(다) 학생 A가 받는 공의 개수는 홀수이며 학생 A가 받는 공의 개수 이상의 공을 받는 학생은 없다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.