

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

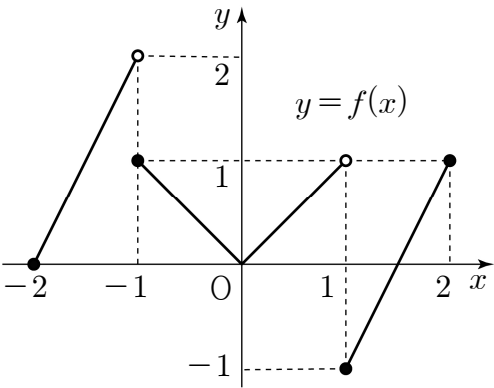
2.  $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

3. 함수  $f(x)=x^2-ax$ 에 대하여  $f'(1)=0$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

4. 닫힌구간  $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1            ② 0            ③ 1            ④ 2            ⑤ 3

5. 부등식  $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$  을 만족시키는 자연수  $x$  의 개수는?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6.  $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$  일 때,  $\sin\theta \cos\theta$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{6}{25}$       ③  $\frac{7}{25}$       ④  $\frac{8}{25}$       ⑤  $\frac{9}{25}$

7. 수열  $\{a_n\}$  은  $a_1 = 10$  이고, 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{ 이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{ 이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_9 + a_{12}$  의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

8. 첫째항이  $a$  ( $a > 0$ ) 이고, 공비가  $r$  인 등비수열  $\{a_n\}$  의  
첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하자.  
 $2a = S_2 + S_3$ ,  $r^2 = 64a^2$  일 때,  $a_5$  의 값은? [3점]
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

9. 2 이상의 두 자연수  $a$ ,  $n$  에 대하여  $(\sqrt[n]{a})^3$  의 값이  
자연수가 되도록 하는  $n$  의 최댓값을  $f(a)$  라 하자.  
 $f(4) + f(27)$  의 값은? [4점]
- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

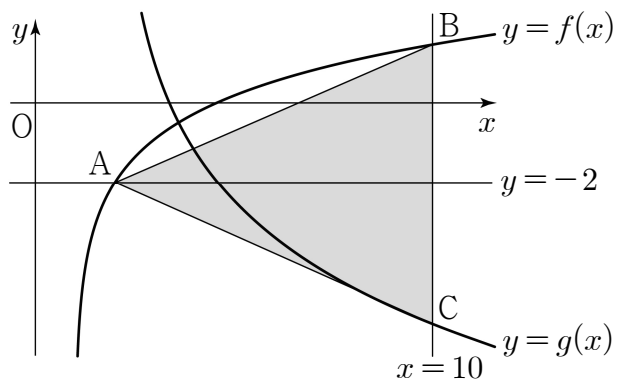
10.  $0 \leq x < 2\pi$  일 때, 방정식
- $$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$
- 의 모든 해의 합은? [4점]
- ①  $\pi$       ②  $\frac{3}{2}\pi$       ③  $2\pi$       ④  $\frac{5}{2}\pi$       ⑤  $3\pi$

11.  $a > 1$  인 실수  $a$  에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선  $y = -2$  와 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 만나는 점을 A 라 하고, 직선  $x = 10$  과 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 삼각형 ACB 의 넓이가 28 일 때,  $a^{10}$  의 값은? [4점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27



12. 다항함수  $f(x)$  는  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$  를 만족시키고, 함수  $g(x)$  는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  에 대하여 함수  $f(x)g(x)$  가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $f(1)$  의 값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

13. 첫째항이 1 인 수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하자. 다음은 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \cdots (*)$$

가 성립할 때,  $\sum_{k=1}^n ka_k$  를 구하는 과정이다.

주어진 식 (\*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots \textcircled{가}$$

이다. (\*)에서  $\textcircled{가}$ 을 빼서 정리하면

$$\begin{aligned} & (n+1)S_{n+1} - nS_n \\ &= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이므로

$$(\textcircled{가}) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$a_1 = 1 = \log_2 2$  이고,

$2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1$  이므로

모든 자연수  $n$  에 대하여

$$na_n = \textcircled{나}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \textcircled{다}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$  이라 할 때,  $f(8) - g(8) + h(8)$  의 값은? [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

14. 시각  $t=0$  일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각  $t(t \geq 0)$  에서의 속도  $v(t)$  가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각  $t=2$  에서 점 P 의 움직이는 방향이 바뀐다.

ㄴ. 점 P 가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P 의 위치는  $-4$  이다.

ㄷ. 점 P 가 시각  $t=0$  일 때부터 가속도가 12 가 될 때까지 움직인 거리는 8 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 에 대하여 방정식  $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근  $\alpha, 0, \beta (\alpha < 0 < \beta)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식  $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.  
(나)  $f(\alpha)=-16$

함수  $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여  $\int_0^{10} g(x)dx$ 의 값은?  
[4점]

- ① 48      ② 50      ③ 52      ④ 54      ⑤ 56

단답형

16. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+a}{x+1}=b$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고  $f(1)=5$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수  $f(x)=x^3+ax$  에서  $x$  의 값이 1 에서 3 까지 변할 때의 평균변화율이  $f'(a)$  의 값과 같게 되도록 하는 양수  $a$  에 대하여  $3a^2$  의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 다항함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)+1}{x-2} = 8$$

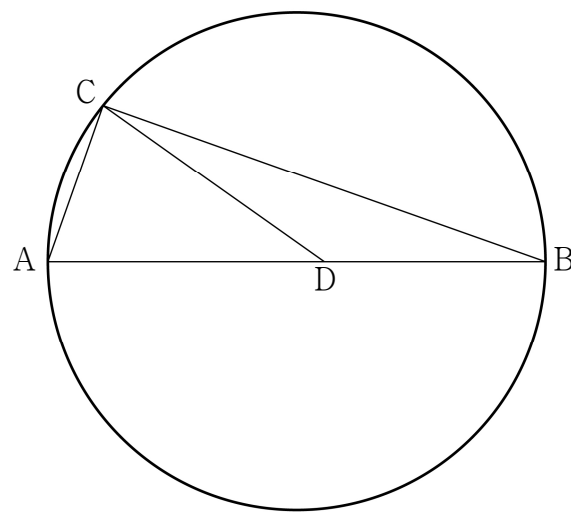
을 만족시킨다. 함수  $h(x)=f(x)g(x)$  에 대하여  $h'(2)$  의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 C 에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}, \quad \cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB 를 5:4 로 내분하는 점을 D 라 할 때, 삼각형 CAD 의 외접원의 넓이는  $S$  이다.

$\frac{S}{\pi}$  의 값을 구하시오. [4점]



21. 공차가  $d$  이고 모든 항이 자연수인 등차수열  $\{a_n\}$  이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 \leq d$

(나) 어떤 자연수  $k(k \geq 3)$  에 대하여

세 항  $a_2, a_k, a_{3k-1}$  이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$  일 때,  $a_{20}$  의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수  $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$  에 대하여

$x \geq -3$  에서 정의된 함수  $g(x)$  는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단,  $k$  는 모든 자연수)

이다. 자연수  $n$  에 대하여 직선  $y=n$  과 함수  $y=g(x)$  의 그래프가 만나는 점의 개수를  $a_n$  이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$  의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.



제 2 교시

수학 영역 (기하)

5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a}=(2, 4)$ ,  $\vec{b}=(-1, k)$ 에 대하여  
두 벡터  $\vec{a}$ 와  $\vec{b}$ 가 서로 평행하도록 하는 실수  $k$ 의 값은?  
[2점]

①  $-5$       ②  $-4$       ③  $-3$       ④  $-2$       ⑤  $-1$

24. 쌍곡선  $x^2-y^2=1$  위의 점  $P(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가  
2일 때,  $ab$ 의 값은? (단, 점  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.)  
[3점]

①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $1$       ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

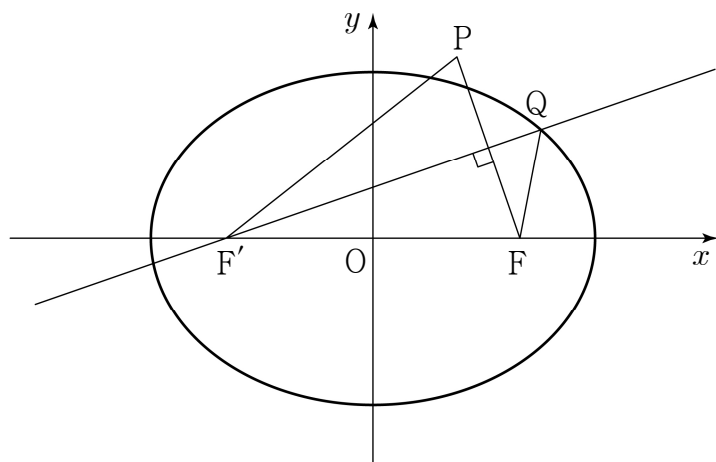
25. 점  $A(2, 6)$  과 직선  $l: \frac{x-5}{2} = y-5$  위의

한 점  $P$  에 대하여 벡터  $\overrightarrow{AP}$  과 직선  $l$  의 방향벡터가  
서로 수직일 때,  $|\overrightarrow{OP}|$  의 값은? (단,  $O$  는 원점이다.) [3점]

- ① 3      ②  $2\sqrt{3}$       ③ 4      ④  $2\sqrt{5}$       ⑤ 5

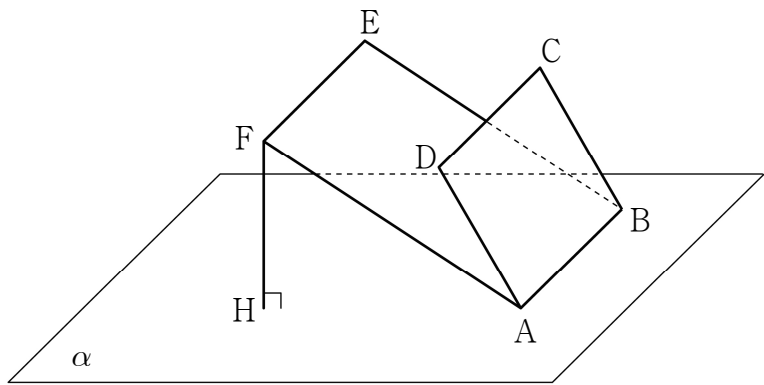
26. 그림과 같이 두 점  $F(\sqrt{7}, 0)$ ,  $F'(-\sqrt{7}, 0)$  을 초점으로  
하고 장축의 길이가 8 인 타원이 있다.

$\overline{FF'} = \overline{PF'}$ ,  $\overline{FP} = 2\sqrt{3}$  을 만족시키는 점  $P$  에 대하여  
점  $F'$  을 지나고 선분  $FP$  에 수직인 직선이 타원과 만나는  
점 중 제1사분면 위의 점을  $Q$  라 할 때, 선분  $FQ$  의 길이는?  
(단, 점  $P$  는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



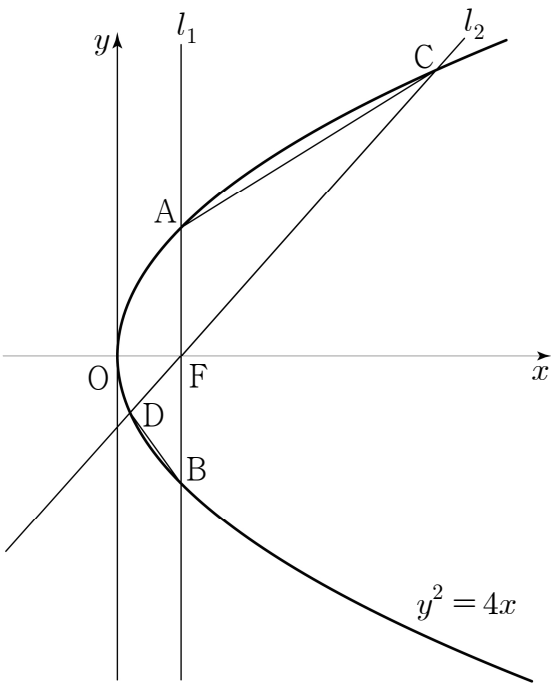
- ① 2      ②  $\sqrt{5}$       ③  $\sqrt{6}$       ④  $\sqrt{7}$       ⑤  $2\sqrt{2}$

27. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 있는 서로 다른 두 점 A, B와 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 서로 다른 네 점 C, D, E, F가 있다. 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 6인 정사각형이고 사각형 ABEF는  $\overline{AF}=12$ 인 직사각형이다. 정사각형 ABCD의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는 18이고, 점 F의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 H라 하면  $\overline{FH}=6$ 이다. 정사각형 ABCD의 평면 ABEF 위로의 정사영의 넓이는? (단,  $0 < \angle DAF < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]



- ①  $12\sqrt{3}$     ②  $15\sqrt{2}$     ③  $18\sqrt{2}$     ④  $15\sqrt{3}$     ⑤  $18\sqrt{3}$

28. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선  $y^2=4x$ 의 초점 F를 지나고  $x$ 축과 수직인 직선  $l_1$ 이 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 F를 지나고 기울기가  $m(m > 0)$ 인 직선  $l_2$ 가 이 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 C, D라 하자. 삼각형 FCA의 넓이가 삼각형 FDB의 넓이의 5배일 때,  $m$ 의 값은? (단, 두 점 A, C는 제1사분면 위의 점이고, 두 점 B, D는 제4사분면 위의 점이다.) [4점]



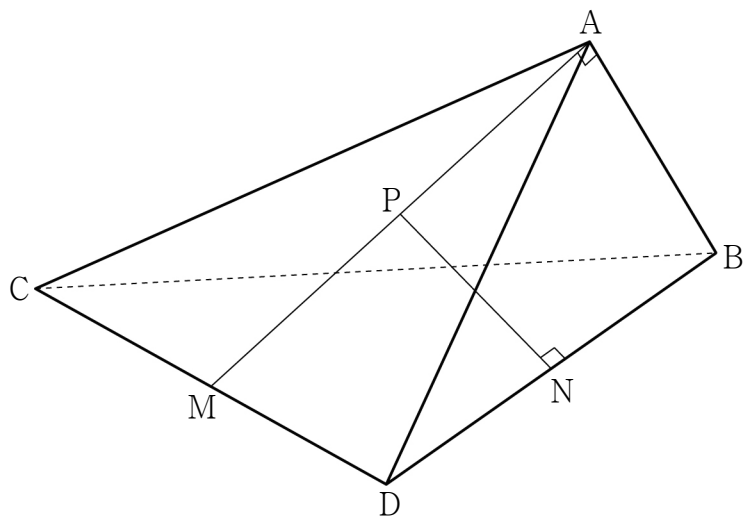
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ② 1    ③  $\frac{\sqrt{5}}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{6}}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

## 단답형

29. 그림과 같이

$$\overline{AB}=4, \overline{CD}=8, \overline{BC}=\overline{BD}=4\sqrt{5}$$

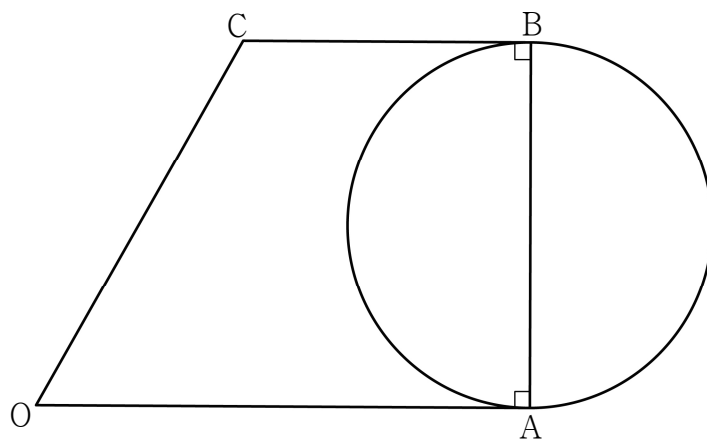
인 사면체 ABCD에 대하여 직선 AB와 평면 ACD는 서로 수직이다. 두 선분 CD, DB의 중점을 각각 M, N이라 할 때, 선분 AM 위의 점 P에 대하여 선분 DB와 선분 PN은 서로 수직이다. 두 평면 PDB와 CDB가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $40\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 평면 위에

$$\overline{OA}=2+2\sqrt{3}, \overline{AB}=4, \angle COA=\frac{\pi}{3}, \angle A=\angle B=\frac{\pi}{2}$$

를 만족시키는 사다리꼴 OABC가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여  $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값이 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 할 때, 직선 OQ가 원과 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 D라 하자. 원 위의 점 R에 대하여  $\overrightarrow{DQ} \cdot \overrightarrow{AR}$ 의 최댓값을 M이라 할 때,  $M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.